

Física Computacional Básica

ou

Física Básica Computacional

Panorama da Física 2012

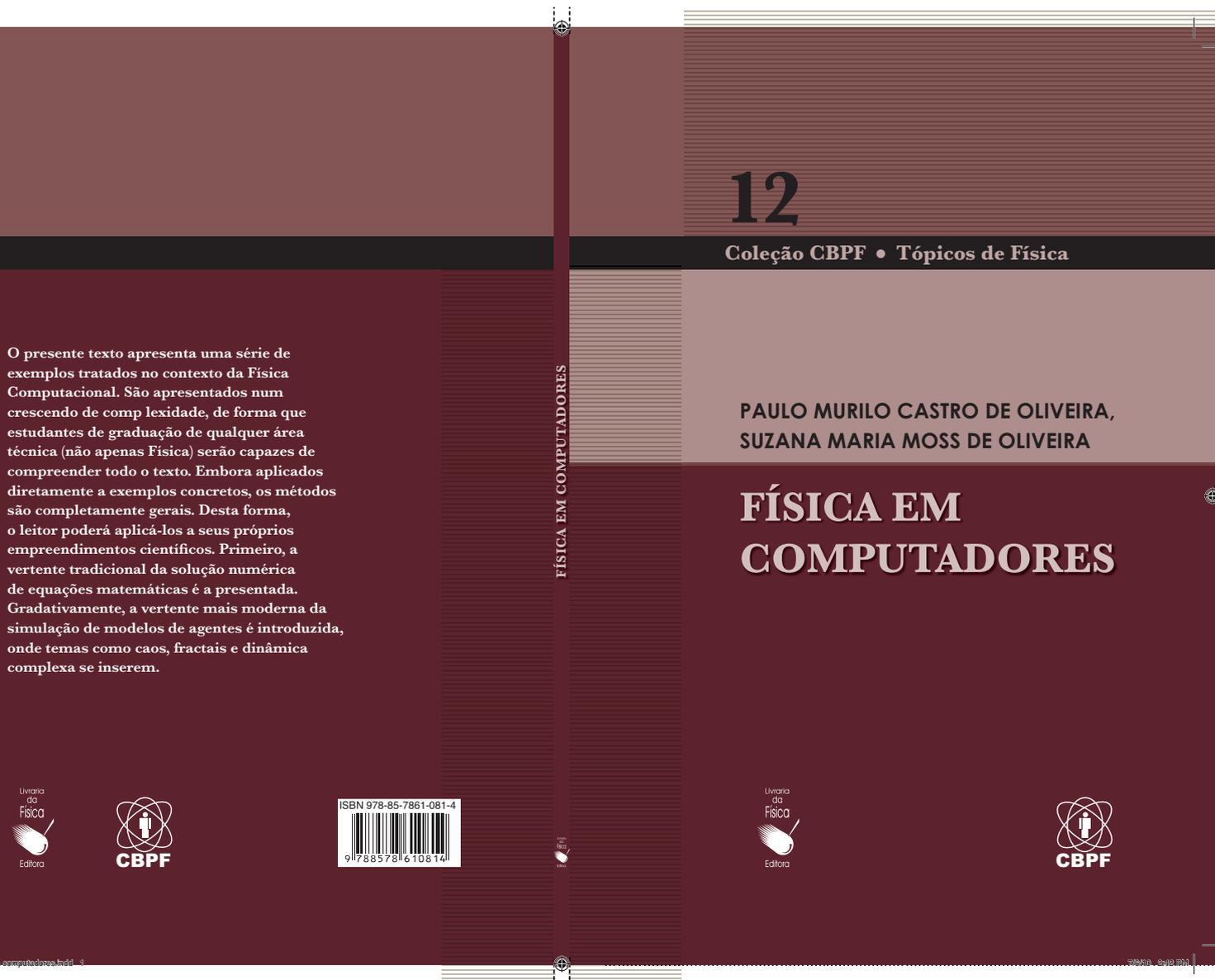
Paulo Murilo Castro de Oliveira (pmco@if.uff.br)

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Está tudo no livro



Está tudo no livro



2010

Dinâmica



Dinâmica

lei de Newton

$$F = m a$$

onde

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

Dinâmica

lei de Newton

$$F = m a$$

onde

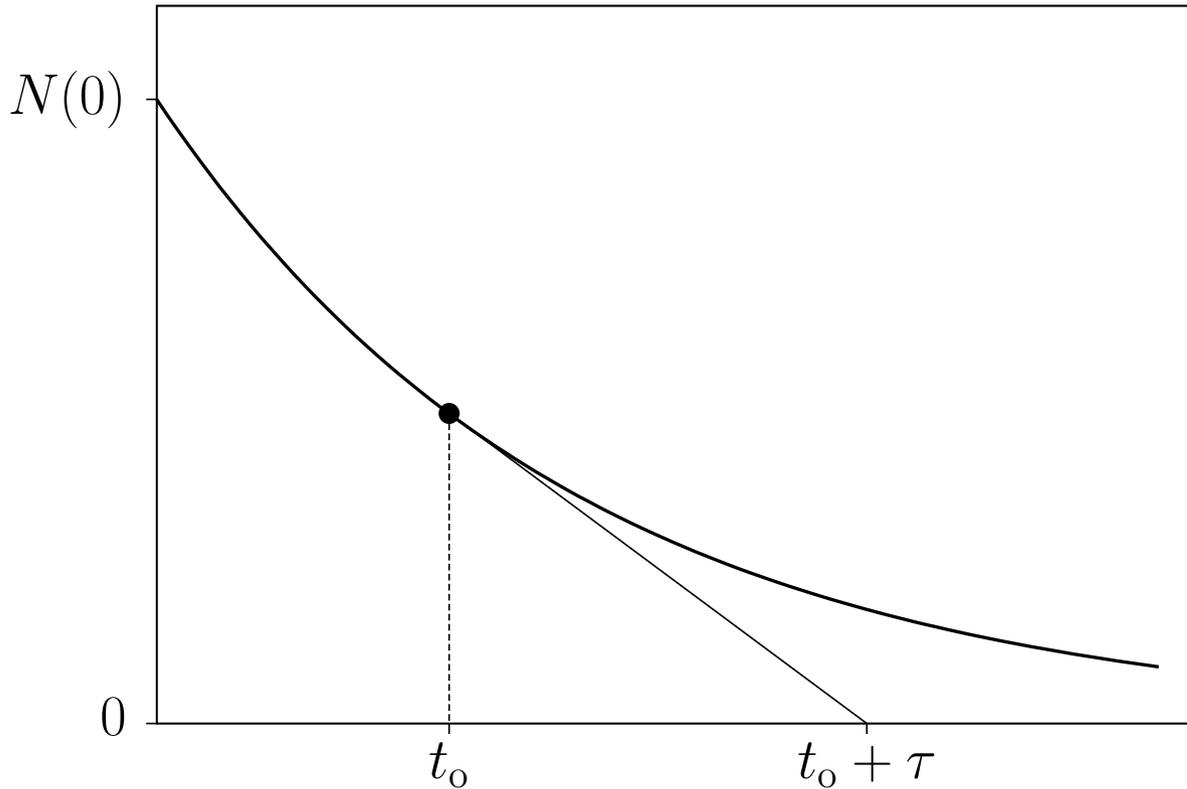
$$a = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

O decaimento radioativo é mais simples.

Radioatividade

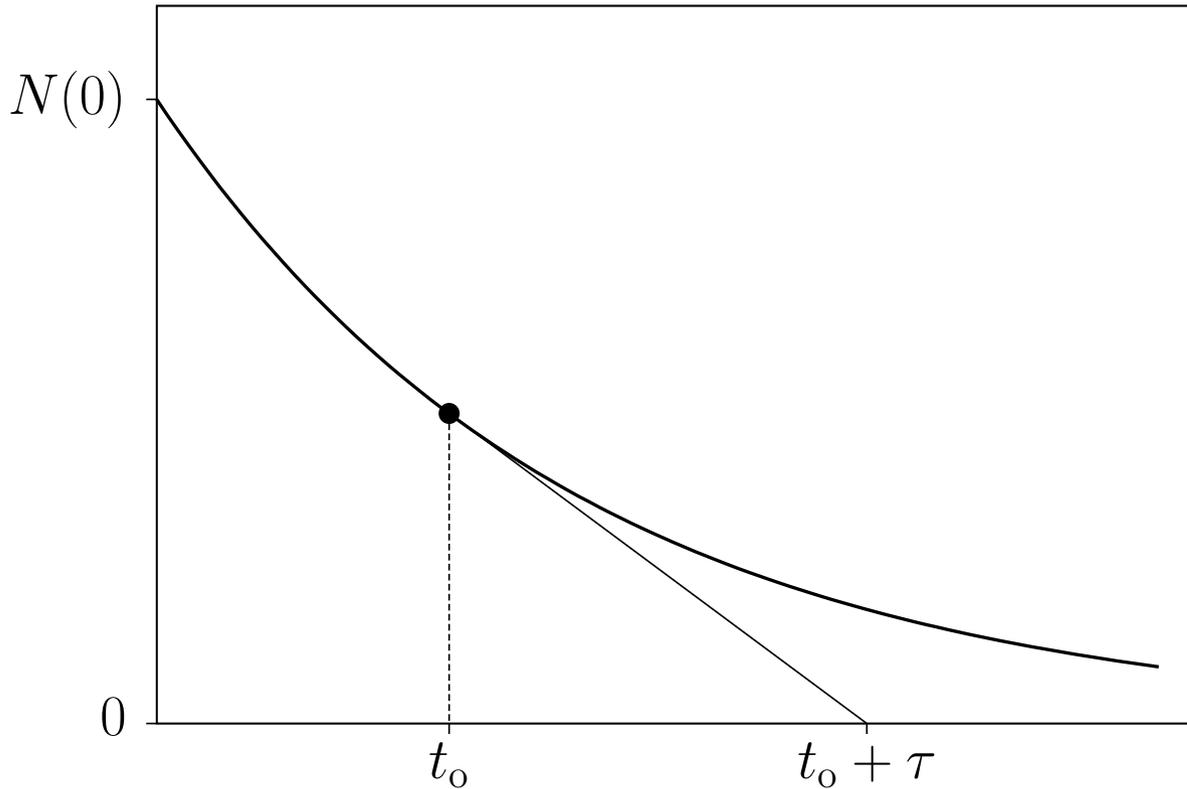


Radioatividade



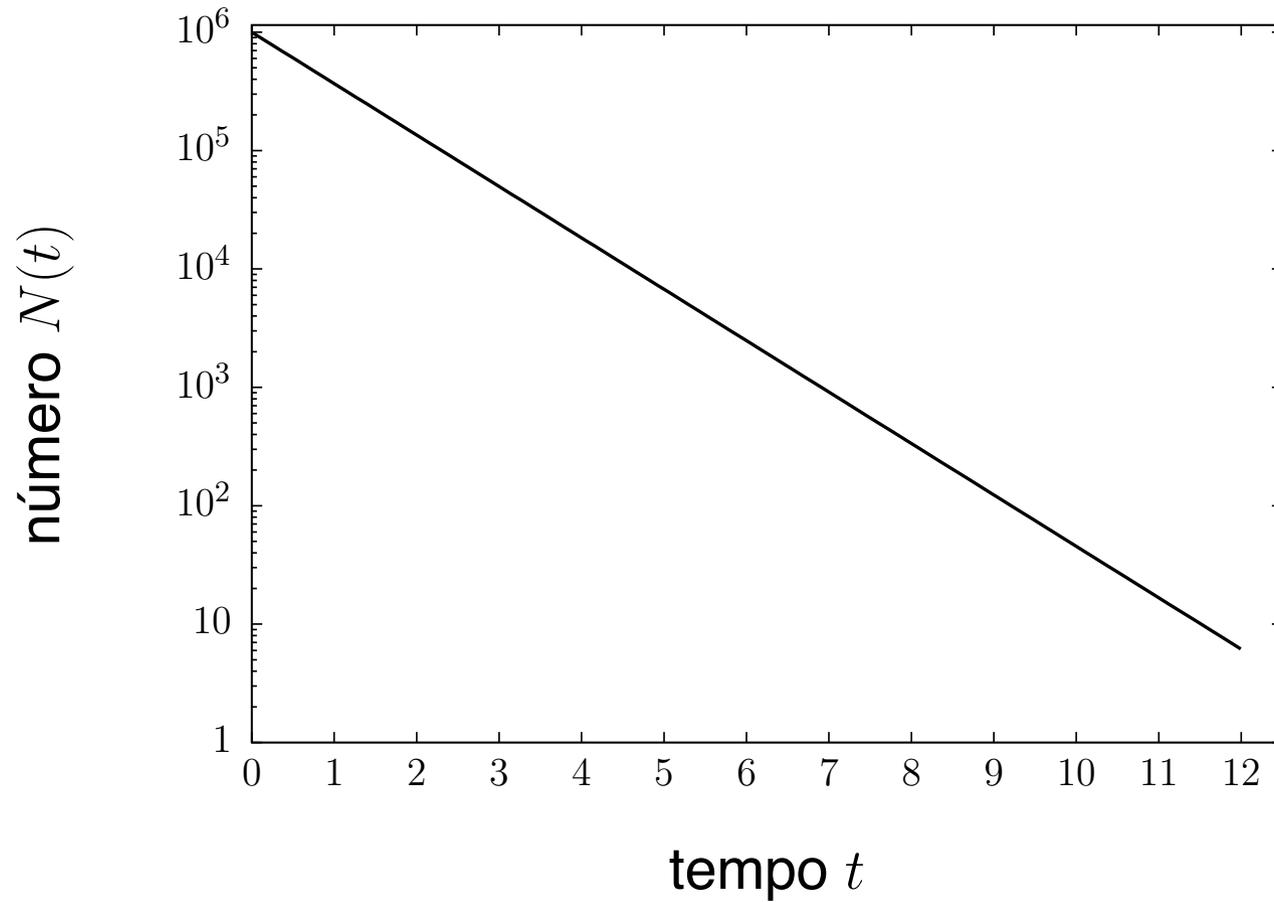
Número de núcleos ainda radioativos em função do tempo.

Radioatividade

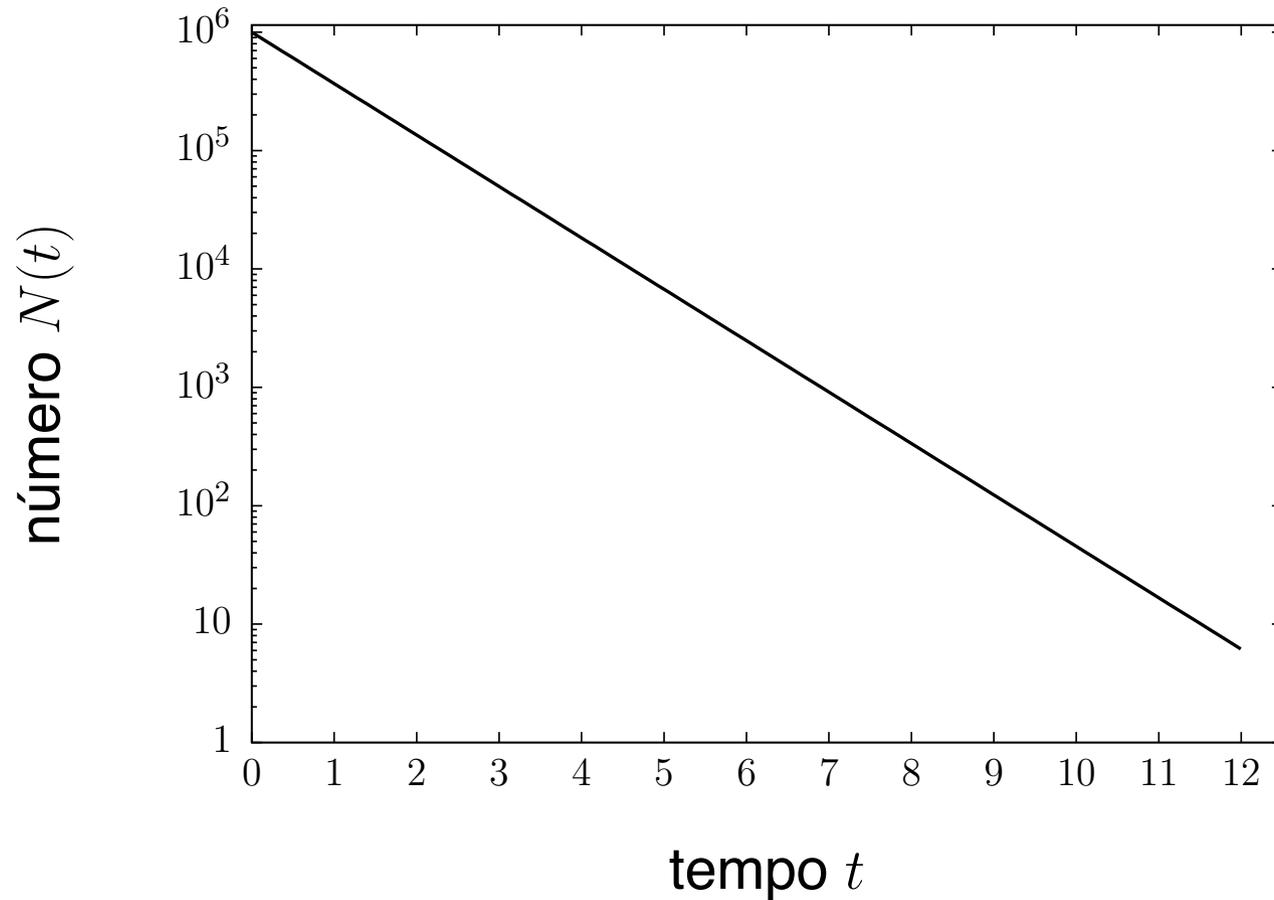


$$N(t) - N(t + 1) = \alpha \delta t N(t) \quad \text{ou} \quad N(t + 1) = (1 - \alpha \delta t) N(t)$$

Radioatividade



Radioatividade

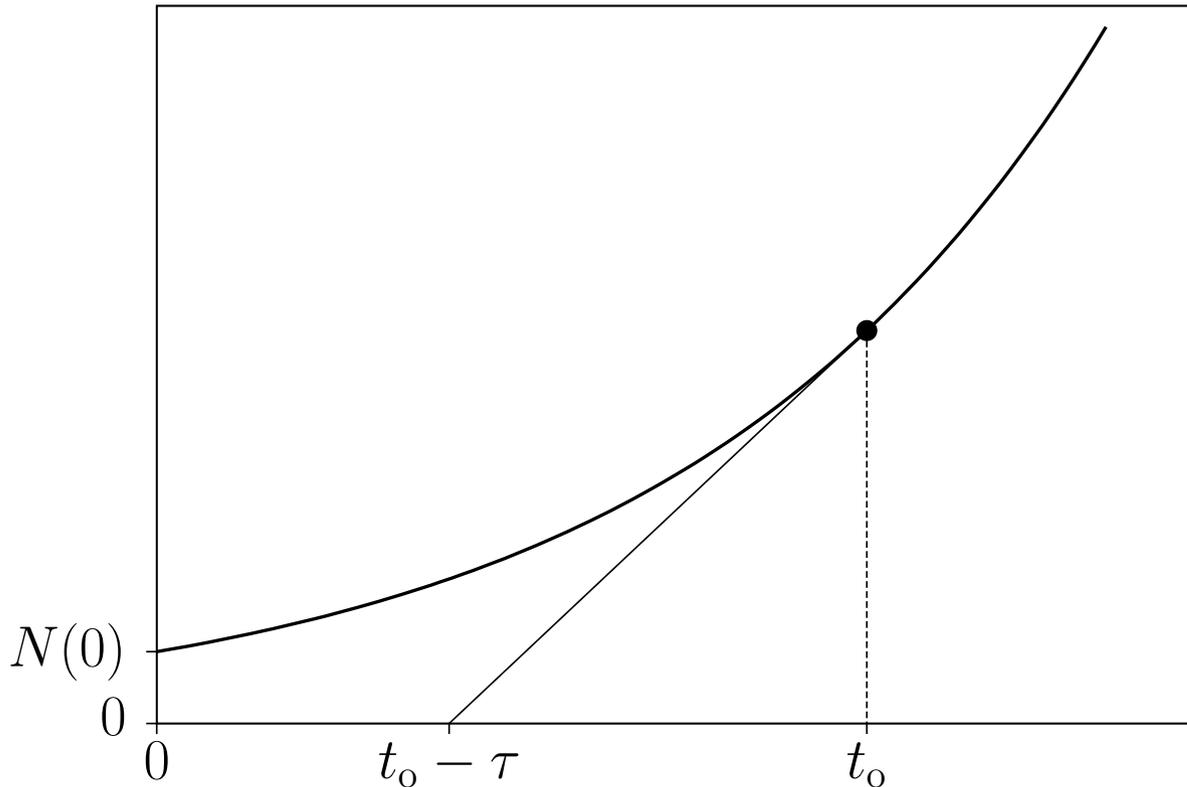


$$\ln N(t) = \beta - \alpha t \quad \text{ou} \quad N(t) = N_o \exp(-\alpha t)$$

Duplicação de bactérias

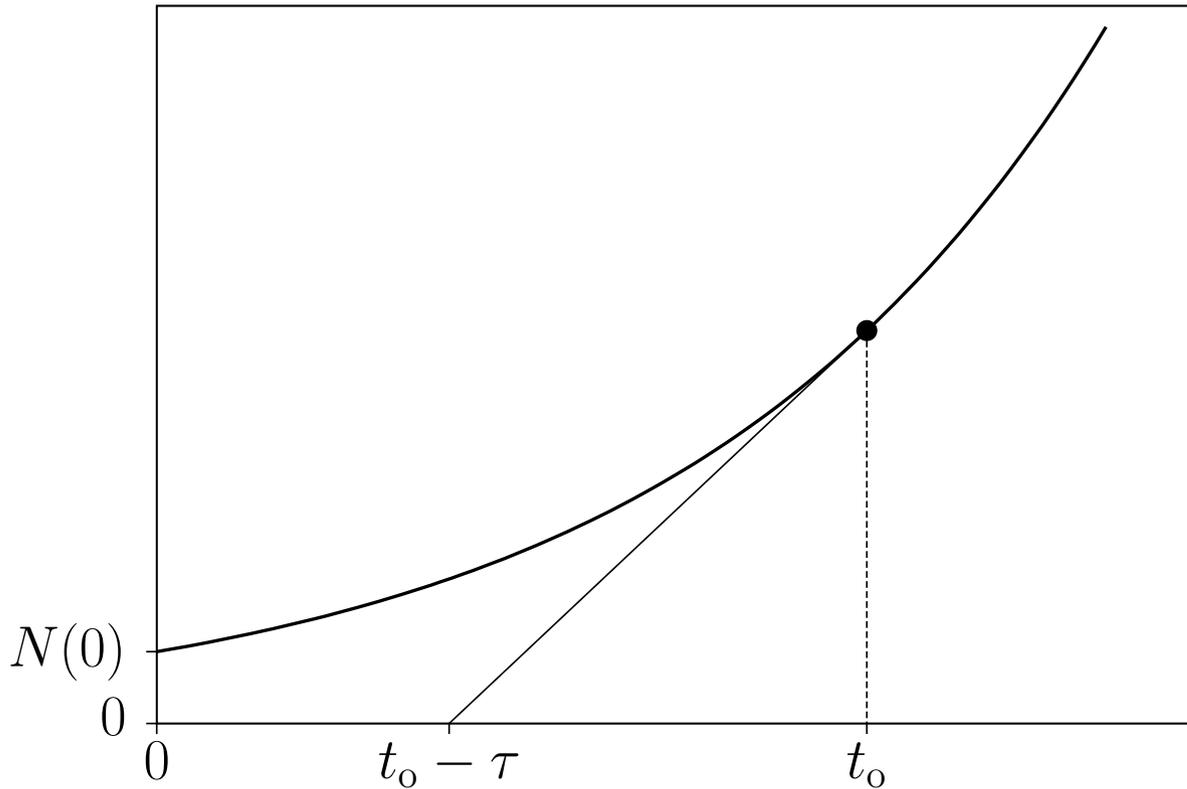


Duplicação de bactérias



Número de bactérias em função do tempo.

Duplicação de bactérias



$$N(t + 1) = (1 + \alpha \delta t) N(t)$$

Mapa linear



Mapa linear

$$x(t + 1) = \lambda x(t) \quad \text{ou} \quad x' = \lambda x$$

Mapa linear

$$x(t + 1) = \lambda x(t) \quad \text{ou} \quad x' = \lambda x$$

Caso $\lambda < 1$ \rightarrow decaimento exponencial (radioatividade).

Mapa linear

$$x(t + 1) = \lambda x(t) \quad \text{ou} \quad x' = \lambda x$$

Caso $\lambda < 1$ \rightarrow decaimento exponencial (radioatividade).

Caso $\lambda > 1$ \rightarrow explosão exponencial (bactérias).

Mapa linear

$$x(t + 1) = \lambda x(t) \quad \text{ou} \quad x' = \lambda x$$

Caso $\lambda < 1$ \rightarrow decaimento exponencial (radioatividade).

Caso $\lambda > 1$ \rightarrow explosão exponencial (bactérias).

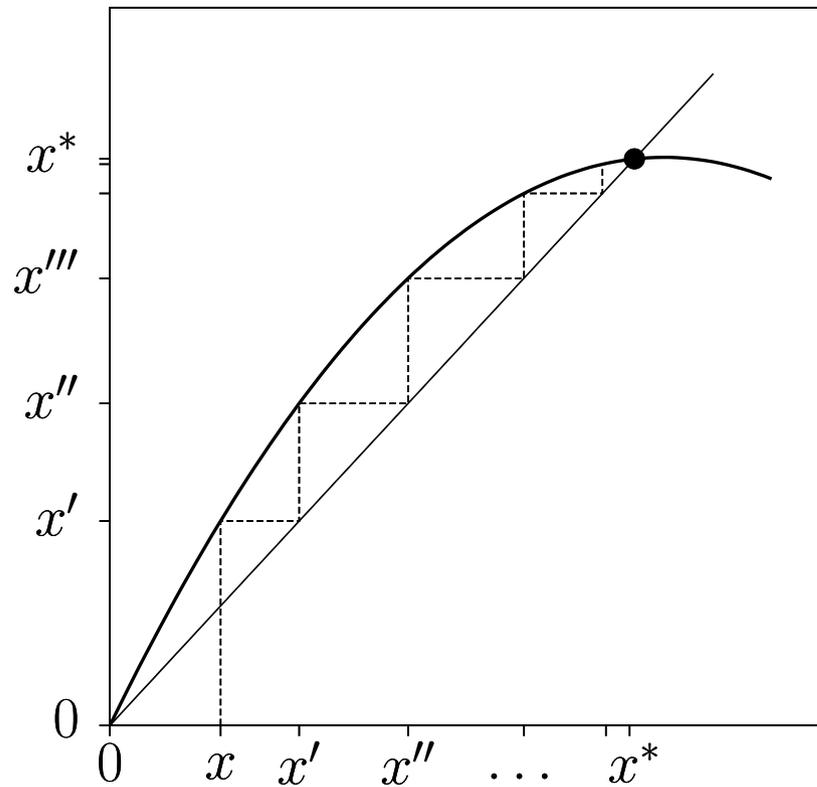
(Para $\lambda = 1$ o sistema fica estagnado,
o mapa linear não tem graça.)

Mapa logístico



Mapa logístico

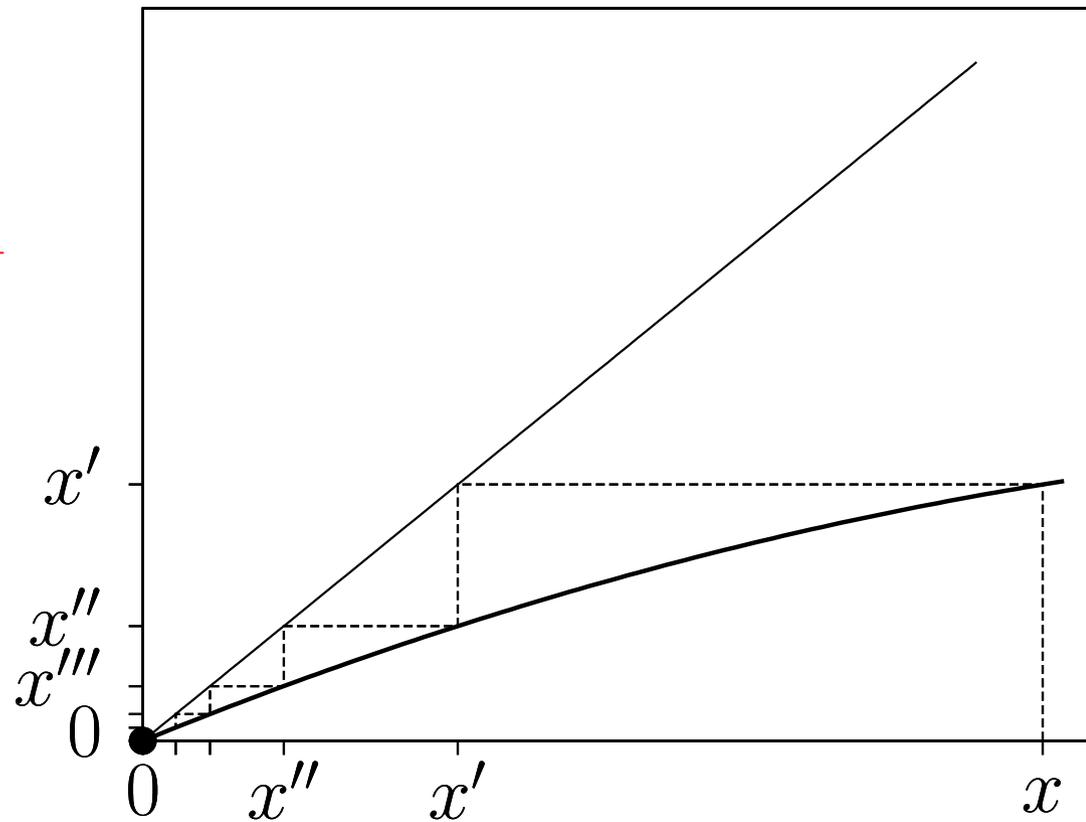
$$x(t+1) = \lambda x(t) - \bar{\lambda} x(t)^2 \quad \text{ou} \quad x' = \lambda x(1-x)$$



$$\lambda > 1$$

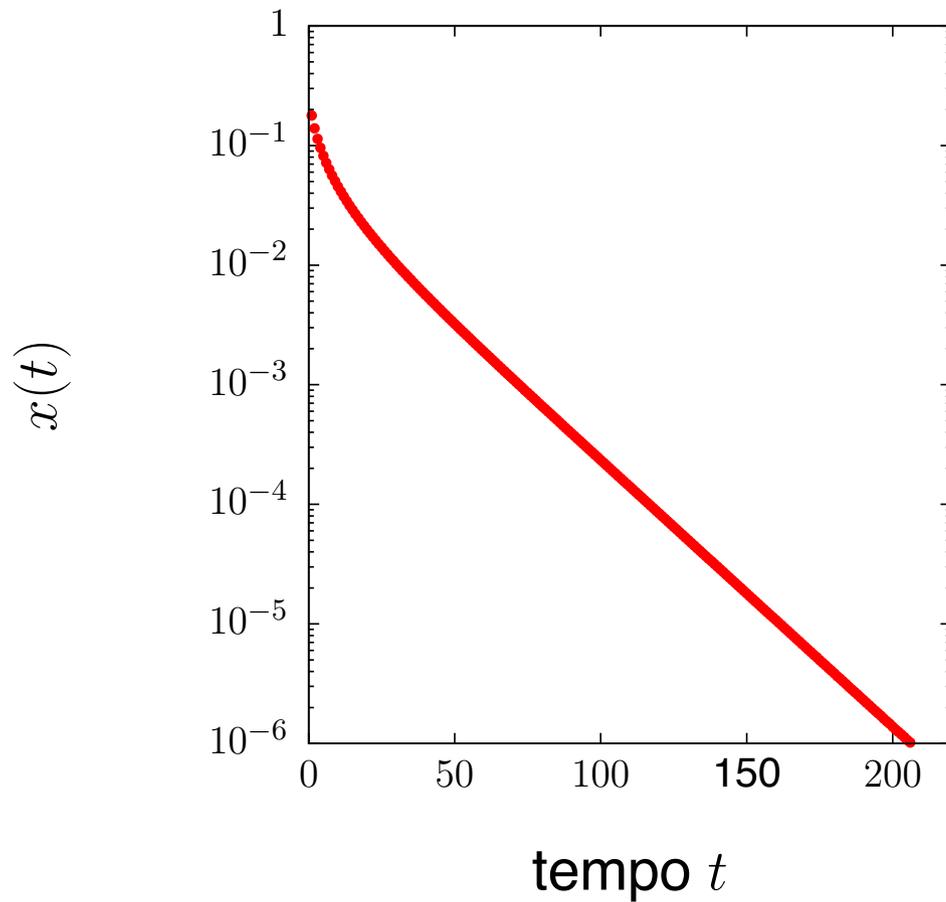
Mapa logístico

$$\lambda < 1$$

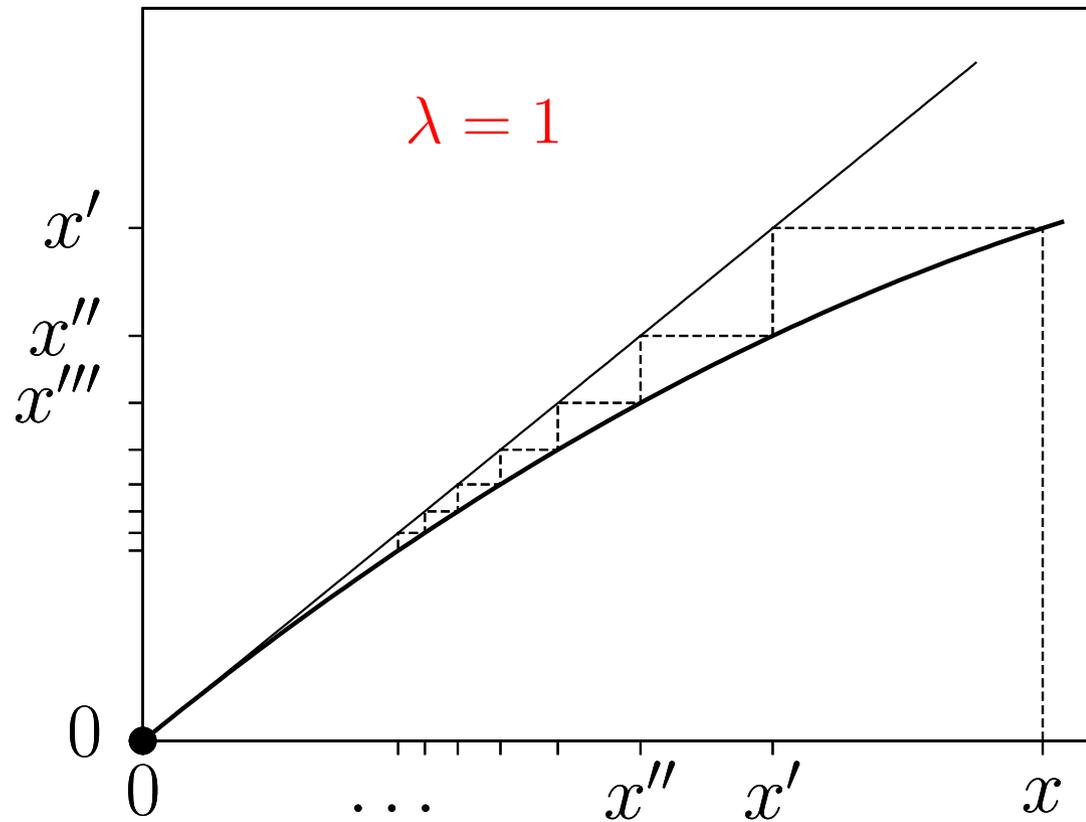


Mapa logístico

$$\lambda = 0,95$$

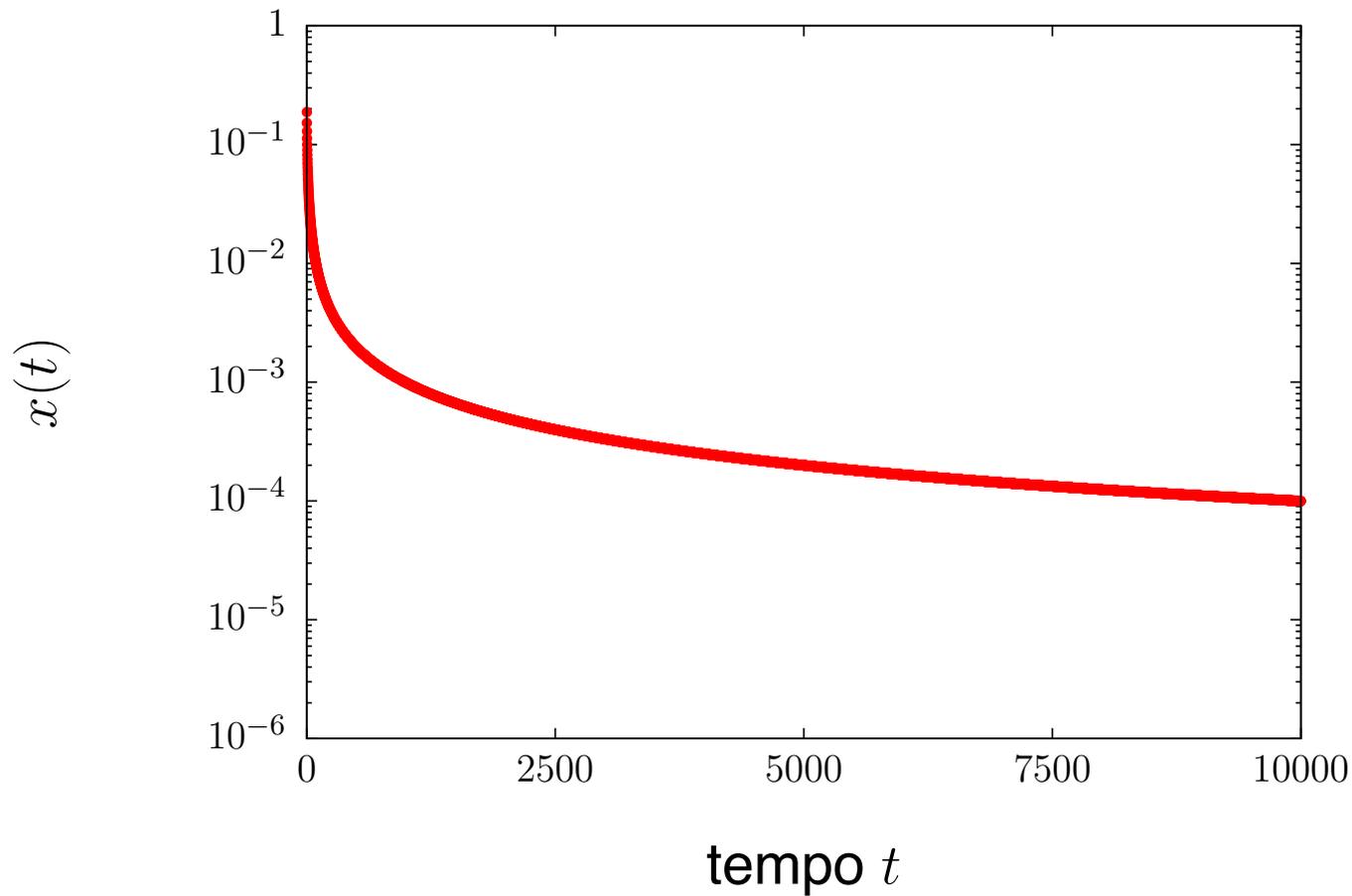


Mapa logístico



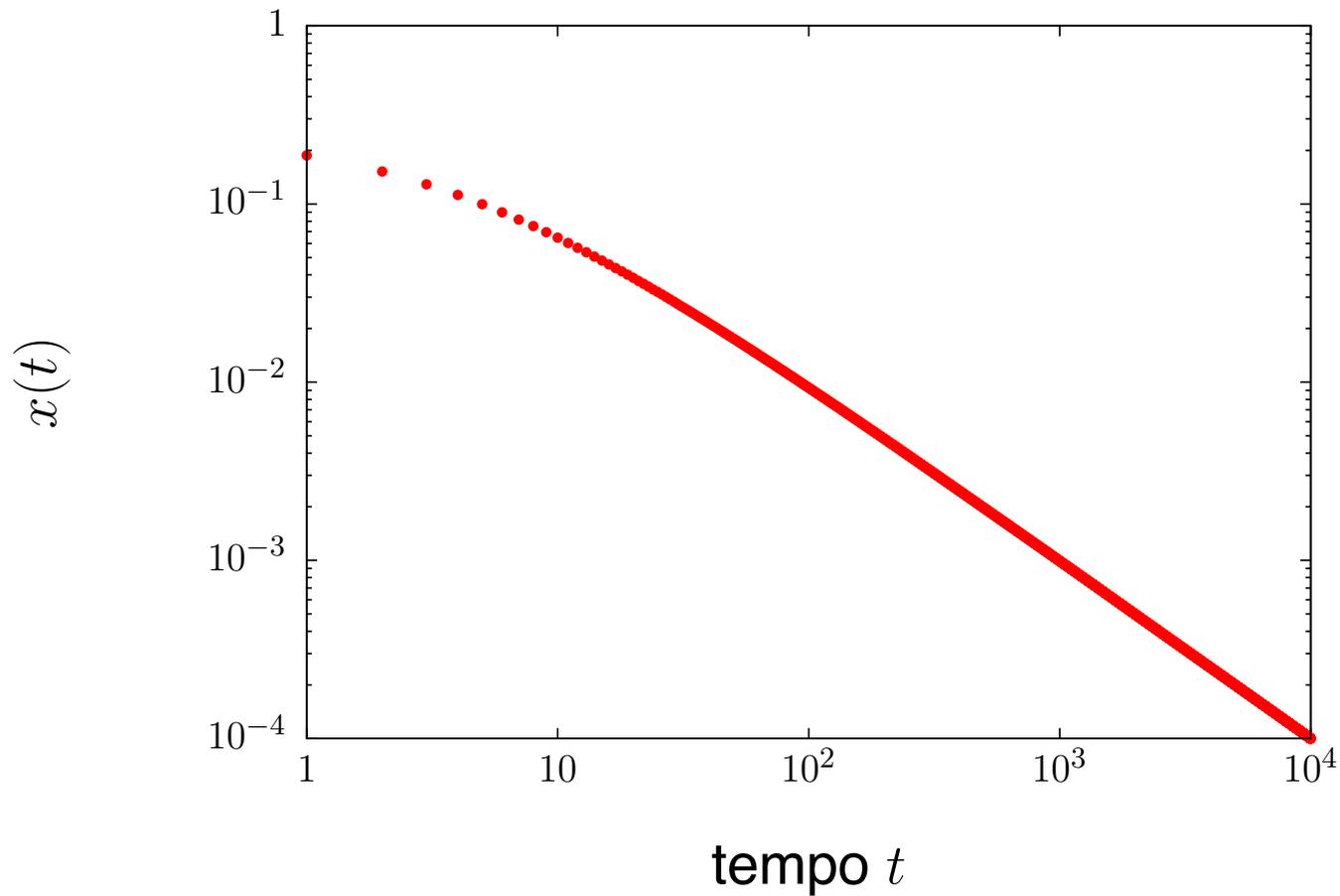
Mapa logístico

$$\lambda = 1$$



Mapa logístico

$$\lambda = 1$$



Física Computacional Básica

ou

Física Básica Computacional

Panorama da Física 2012

Paulo Murilo Castro de Oliveira (pmco@if.uff.br)

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

$\lambda < 1 \rightarrow$ decaimento exponencial (rápido)

$$x \sim e^{(\lambda-1)t} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

$\lambda < 1$ → decaimento exponencial (rápido)

$$x \sim e^{(\lambda-1)t} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

$\lambda = 1$ → decaimento em lei de potência (lento)

$$x \sim t^{-1} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

$\lambda < 1$ → decaimento exponencial (rápido)

$$x \sim e^{(\lambda-1)t} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

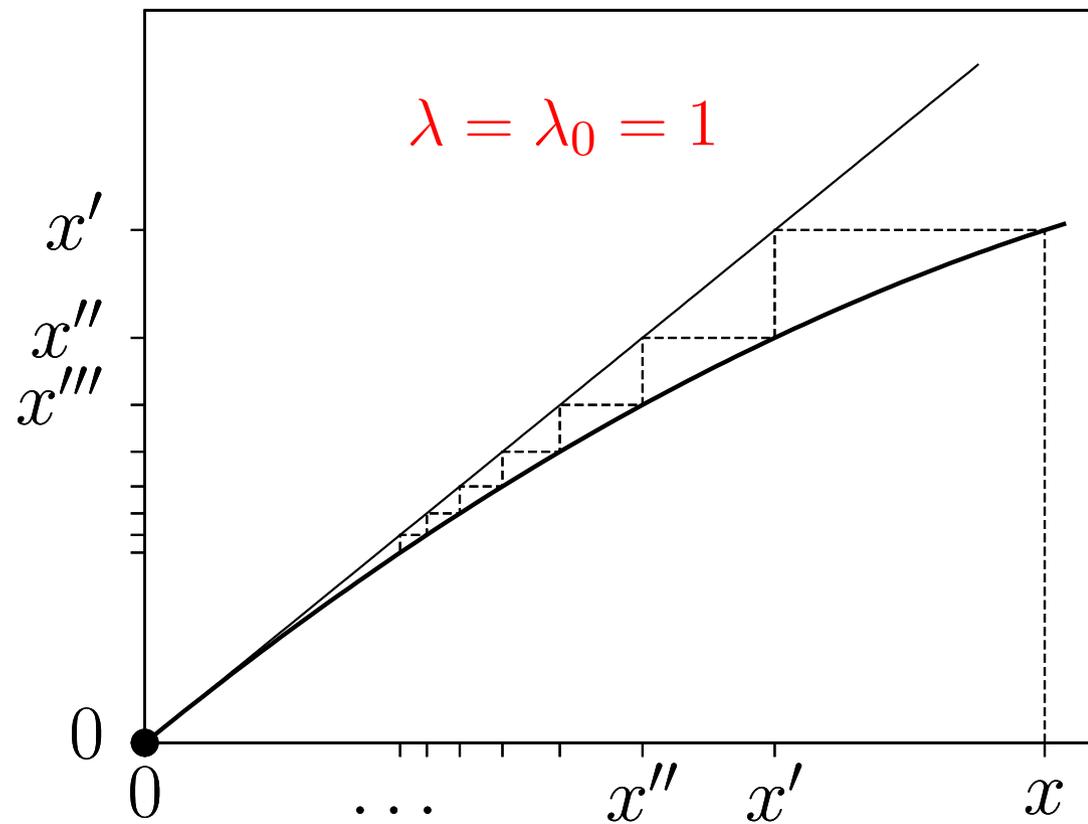
$\lambda = 1$ → decaimento em lei de potência (lento)

$$x \sim t^{-1} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

$\lambda > 1$ → decaimento exponencial (rápido)

$$x - x^* \sim e^{(1-\lambda)t} \quad (\text{atrator } x^* = 1 - 1/\lambda).$$

Caso crítico



Rota para o caos



Rota para o caos

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 3,449.489.743$$

$$\lambda_3 = 3,544.090.359.6$$

$$\lambda_4 = 3,564.407.266.13$$

$$\lambda_5 = 3,568.759.419.55$$

$$\lambda_6 = 3,569.691.609.80$$

$$\lambda_7 = 3,569.891.259.38$$

$$\lambda_8 = 3,569.934.018.37$$

Rota para o caos

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 3,449.489.743$$

$$\lambda_3 = 3,544.090.359.6$$

$$\lambda_4 = 3,564.407.266.13$$

$$\lambda_5 = 3,568.759.419.55$$

$$\lambda_6 = 3,569.691.609.80$$

$$\lambda_7 = 3,569.891.259.38$$

$$\lambda_8 = 3,569.934.018.37$$

além de $\lambda_\infty = 3,5699\dots$ é o caos!

Rota para o caos

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 3,449.489.743$$

$$\lambda_3 = 3,544.090.359.6$$

$$\lambda_4 = 3,564.407.266.13$$

$$\lambda_5 = 3,568.759.419.55$$

$$\lambda_6 = 3,569.691.609.80$$

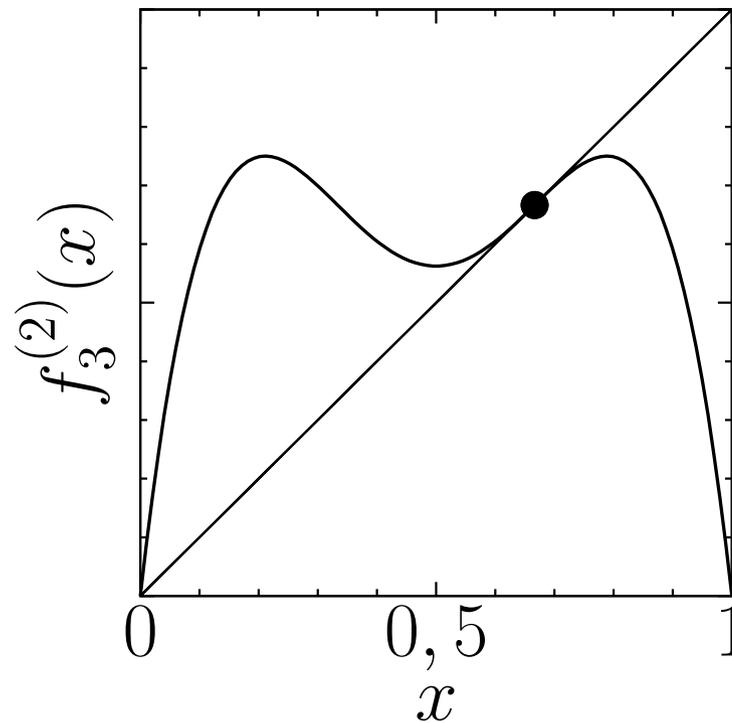
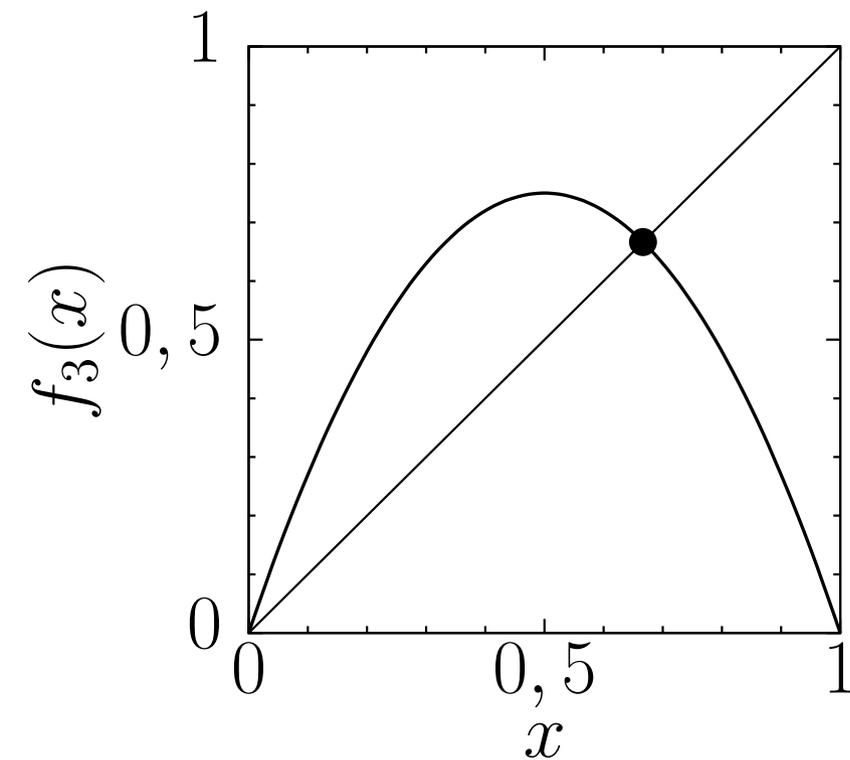
$$\lambda_7 = 3,569.891.259.38$$

$$\lambda_8 = 3,569.934.018.37$$

além de $\lambda_\infty = 3,5699\dots$ é o caos!

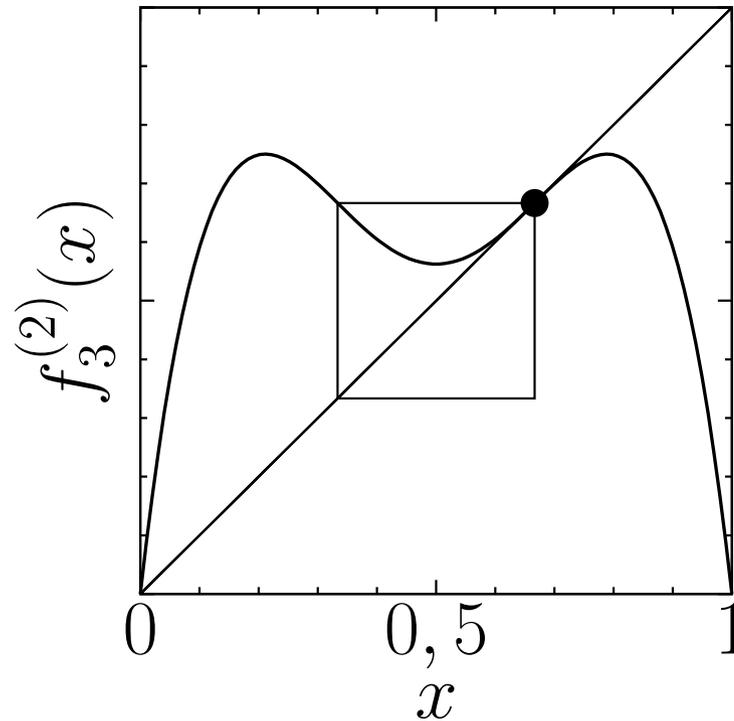
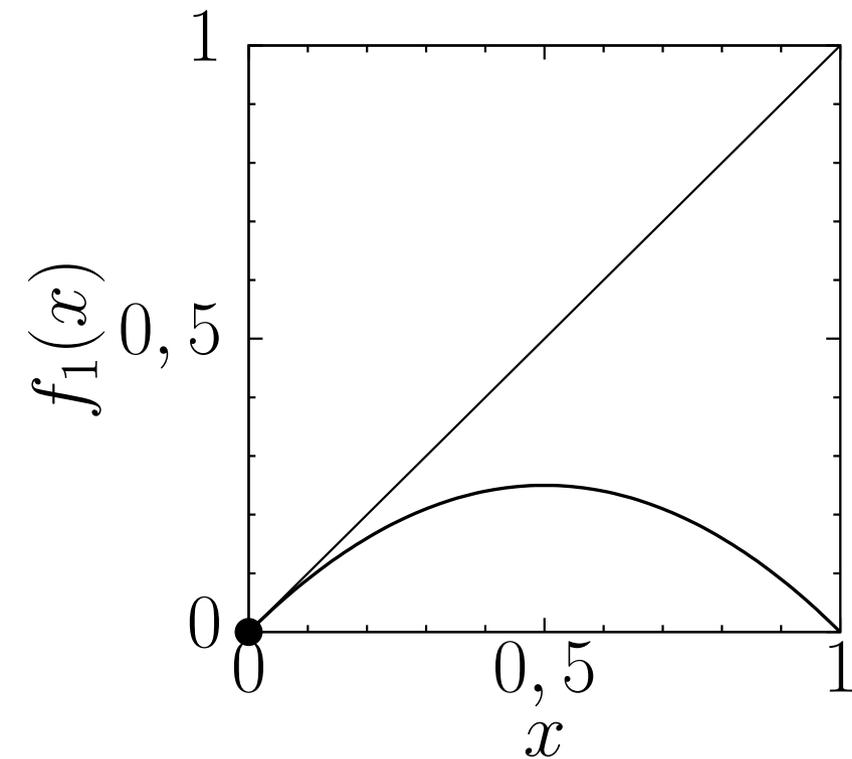
$$\delta = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{b+1} - \lambda_b}{\lambda_{b+2} - \lambda_{b+1}} = 4,669\dots \quad (\text{constante universal})$$

Mapa composto $f_\lambda^{(2)}(x)$



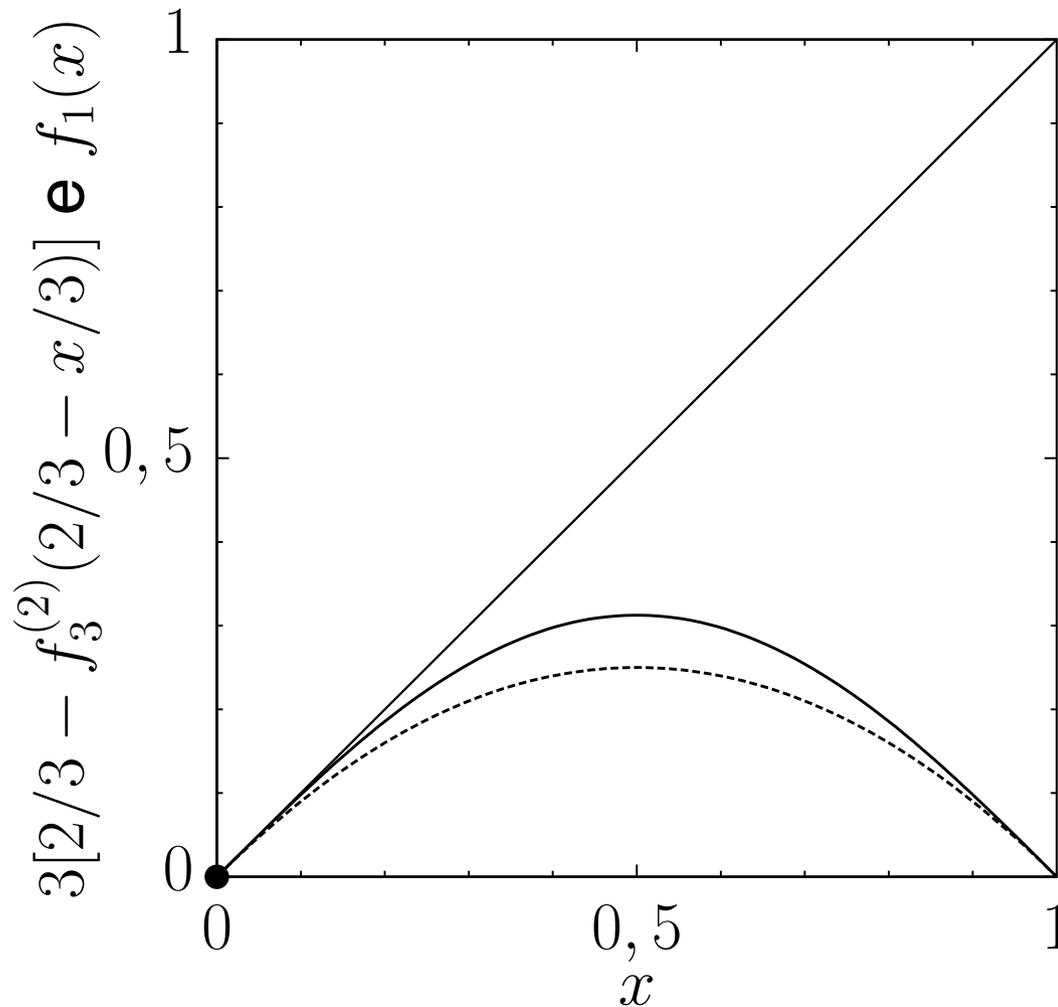
$$x' = f_\lambda(x) \quad \mathbf{e} \quad x' = f_\lambda^{(2)}(x) = f_\lambda[f_\lambda(x)] \quad \text{para } \lambda_1 = 3.$$

$$\lambda_0 = 1 \quad \mathbf{e} \quad \lambda_1 = 3$$



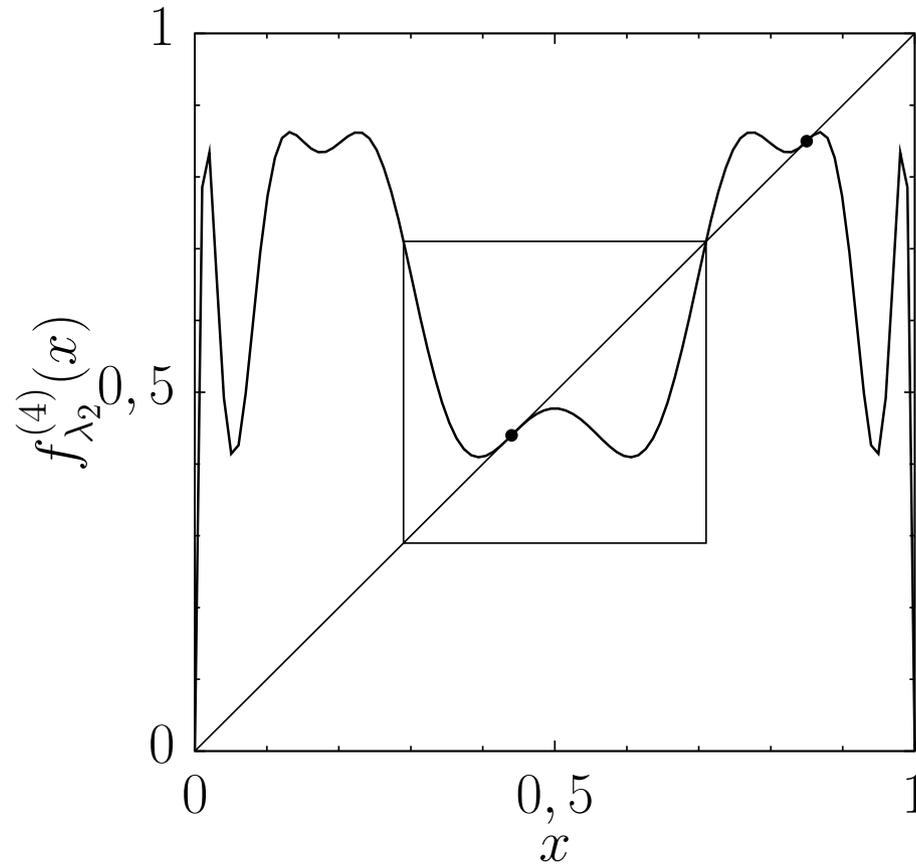
$x' = f_\lambda(x)$ para $\lambda_0 = 1$ e $x' = f_\lambda^{(2)}(x) = f_\lambda[f_\lambda(x)]$ para $\lambda_1 = 3$.

Escalado e superposto



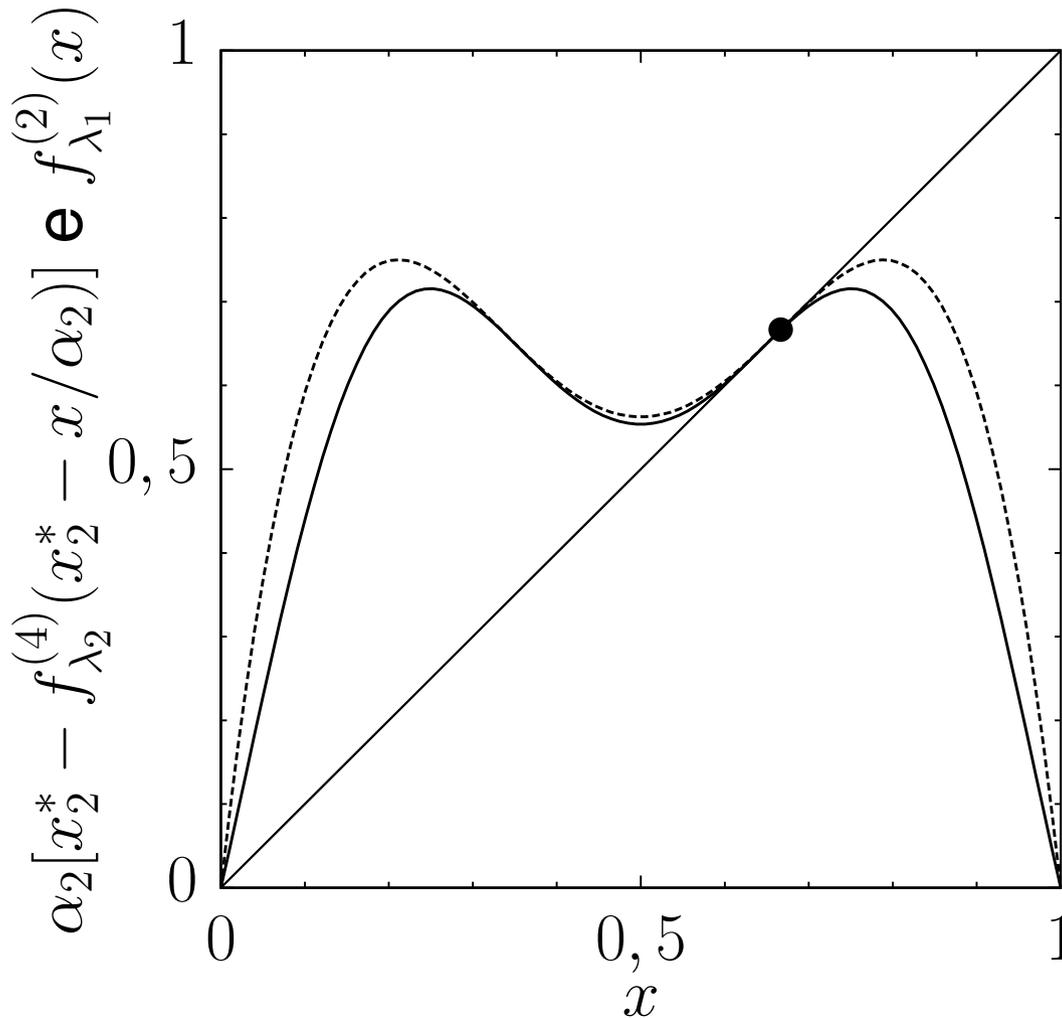
A linha tracejada corresponde a $\lambda_0 = 1$. A cheia, a $\lambda_1 = 3$.

Mais uma bifurcação (λ_2)



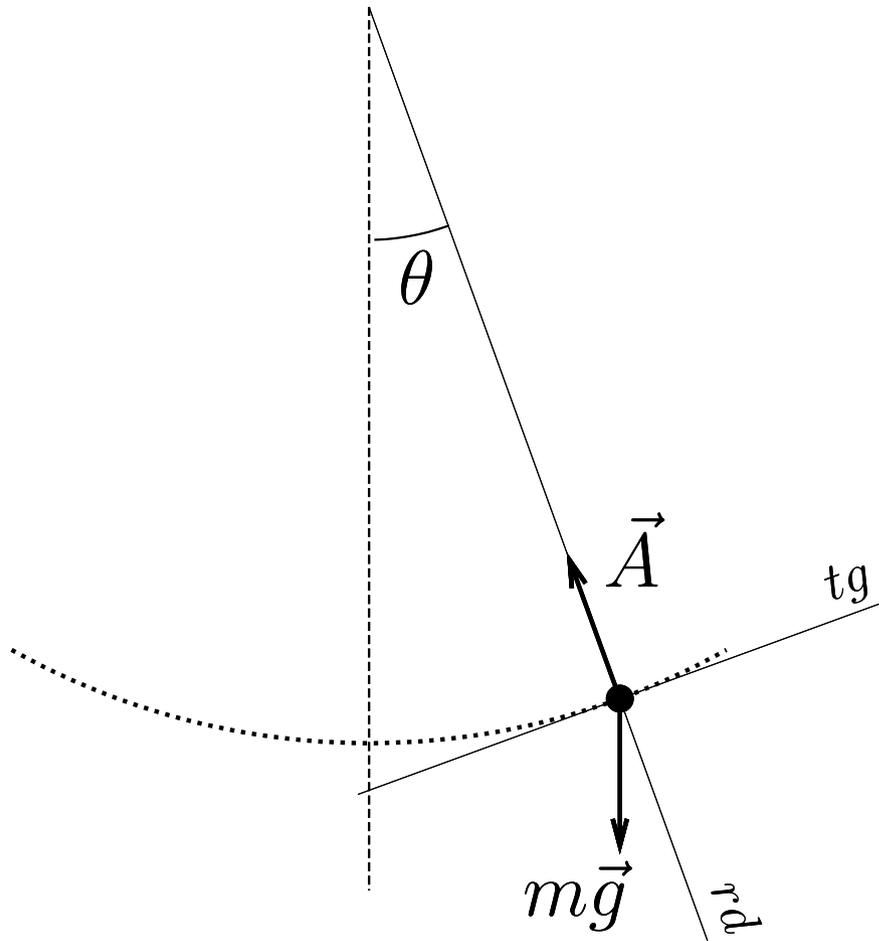
$$x' = f_{\lambda}^{(4)}(x) = f_{\lambda}(f_{\lambda}\{f_{\lambda}[f_{\lambda}(x)]\}) \text{ para } \lambda_2 = 3,449.489.743.$$

Escalado e superposto

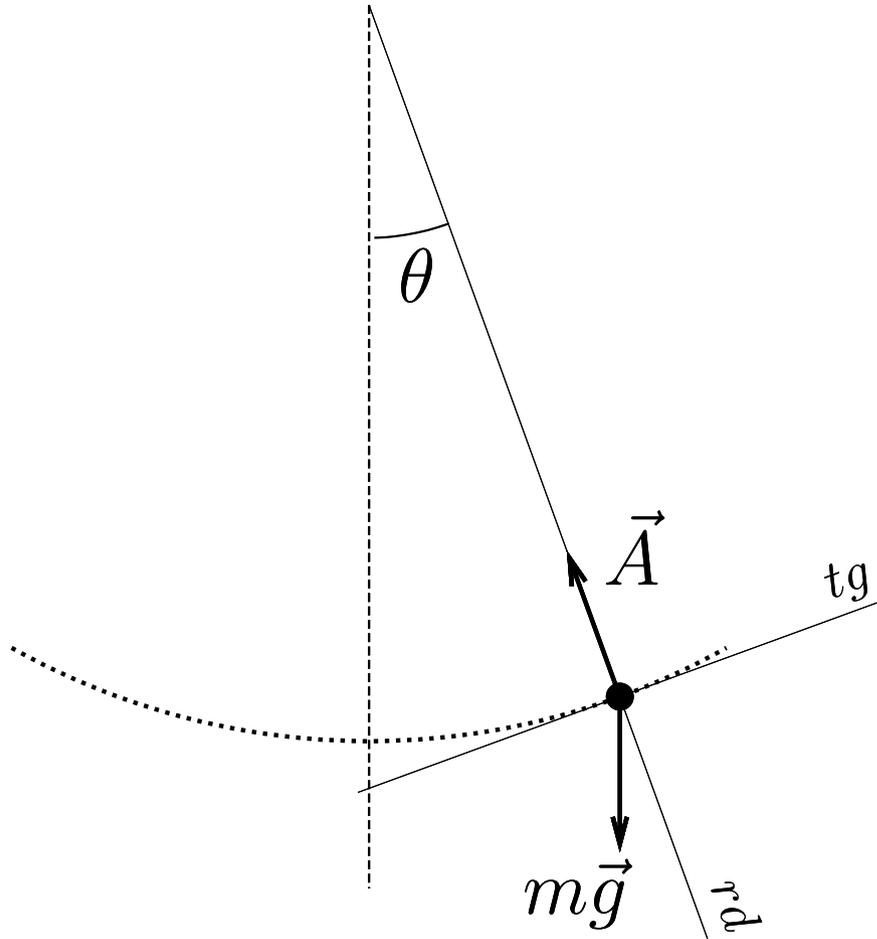


Tracejada: $\lambda_1 = 3$. Cheia: $\lambda_2 = 3,449.489.743$.

Pêndulo

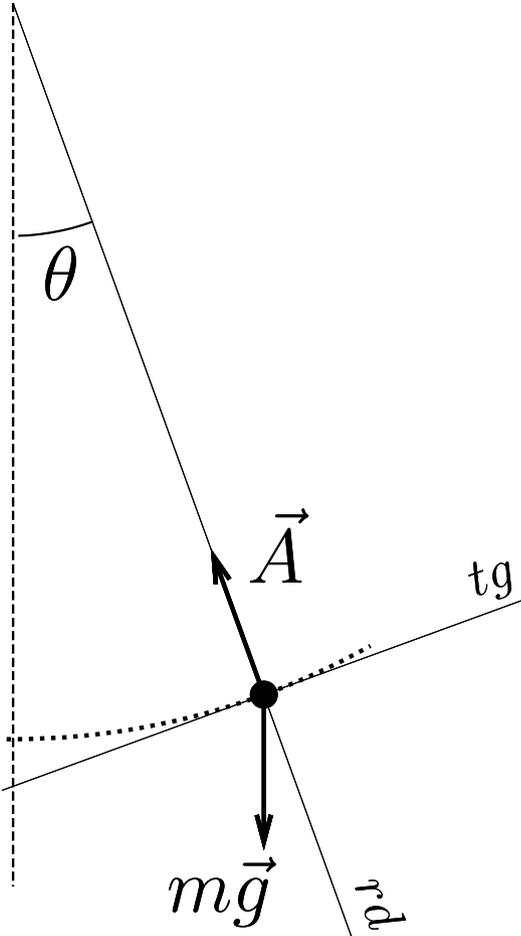


Pêndulo



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen}\theta = 0$$

Pêndulo



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \text{sen}\theta = 0$$

$$\theta(0) = 0 \quad \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_0}{\ell}$$

Diferenças finitas



Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_t \approx \frac{\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t}}{\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_t \approx \frac{\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t}}{\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

Pêndulo: $\theta_{t+1} \approx 2\theta_t - \frac{g}{\ell}\Delta t^2 \text{sen}\theta_t - \theta_{t-1}$

$$\theta_0 = 0 \quad \theta_1 = \frac{v_0}{\ell} \Delta t$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

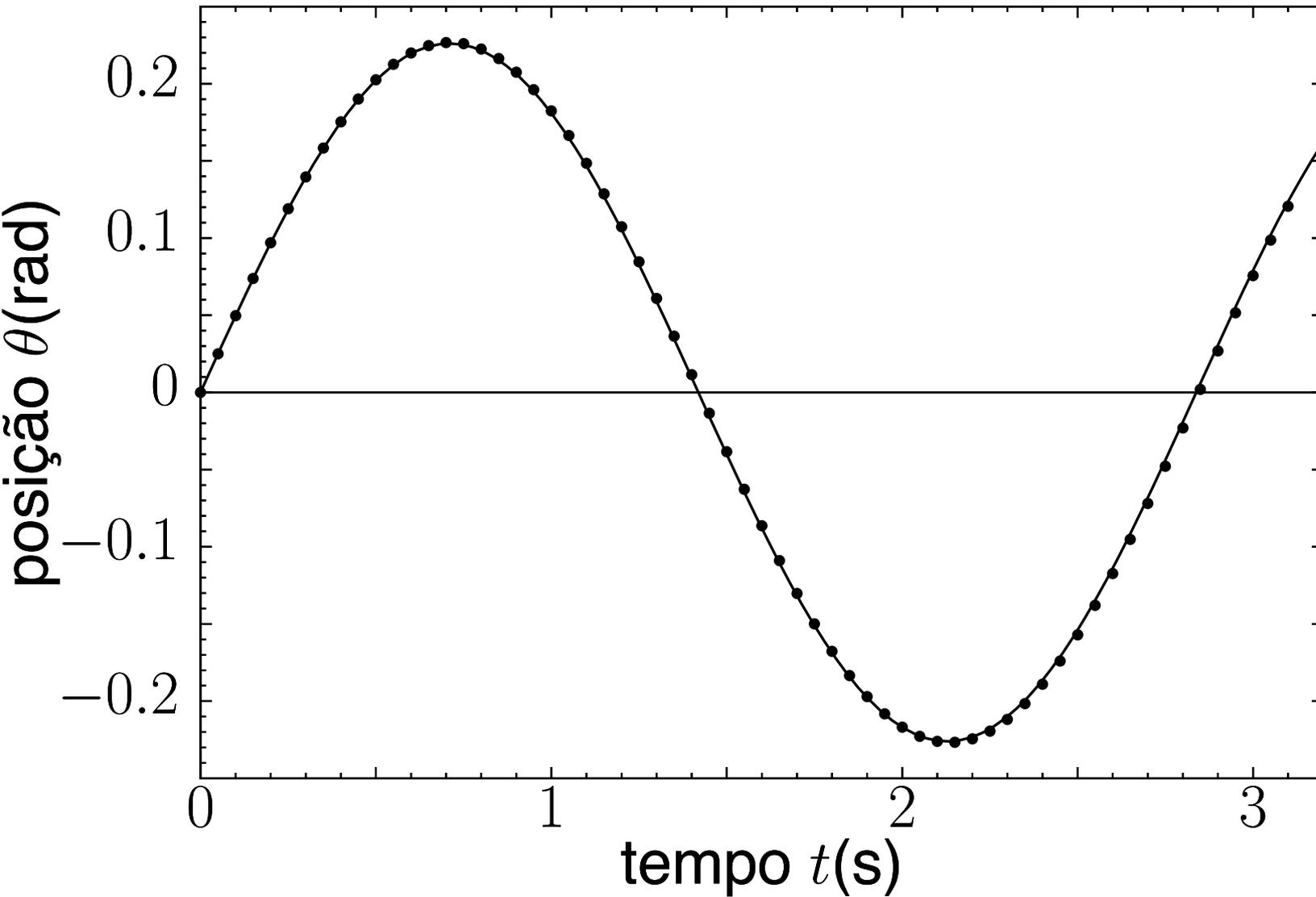
$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_t \approx \frac{\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t}}{\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

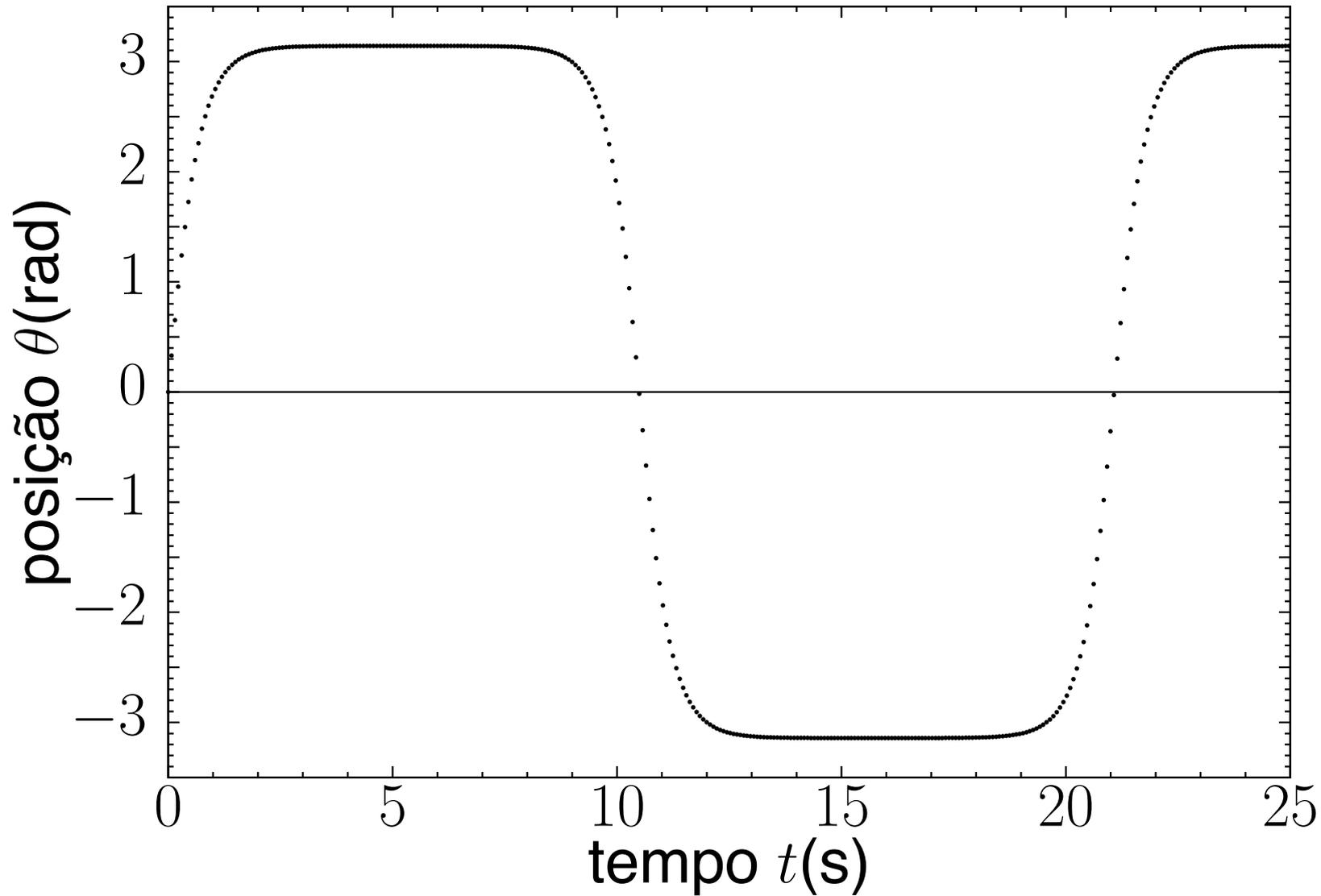
Pêndulo: $\theta_{t+1} \approx 2\theta_t - \frac{g}{\ell} \Delta t^2 \text{sen}\theta_t - \theta_{t-1}$

$$\theta_0 = 0 \quad \theta_1 = \frac{v_0}{\ell} \Delta t$$

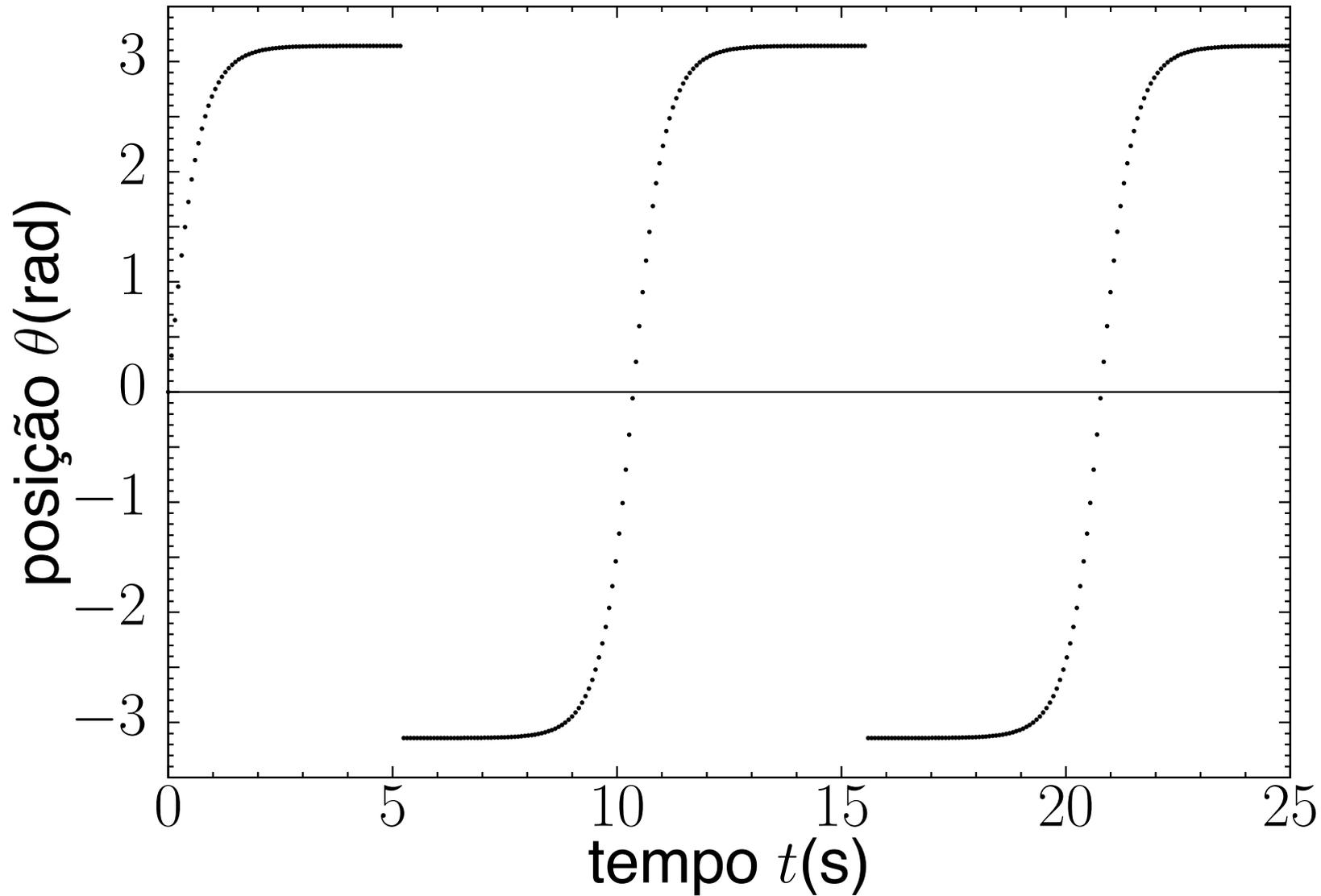
$$\ell = 2,00\text{m} \quad v_o = 1,00\text{m/s}$$



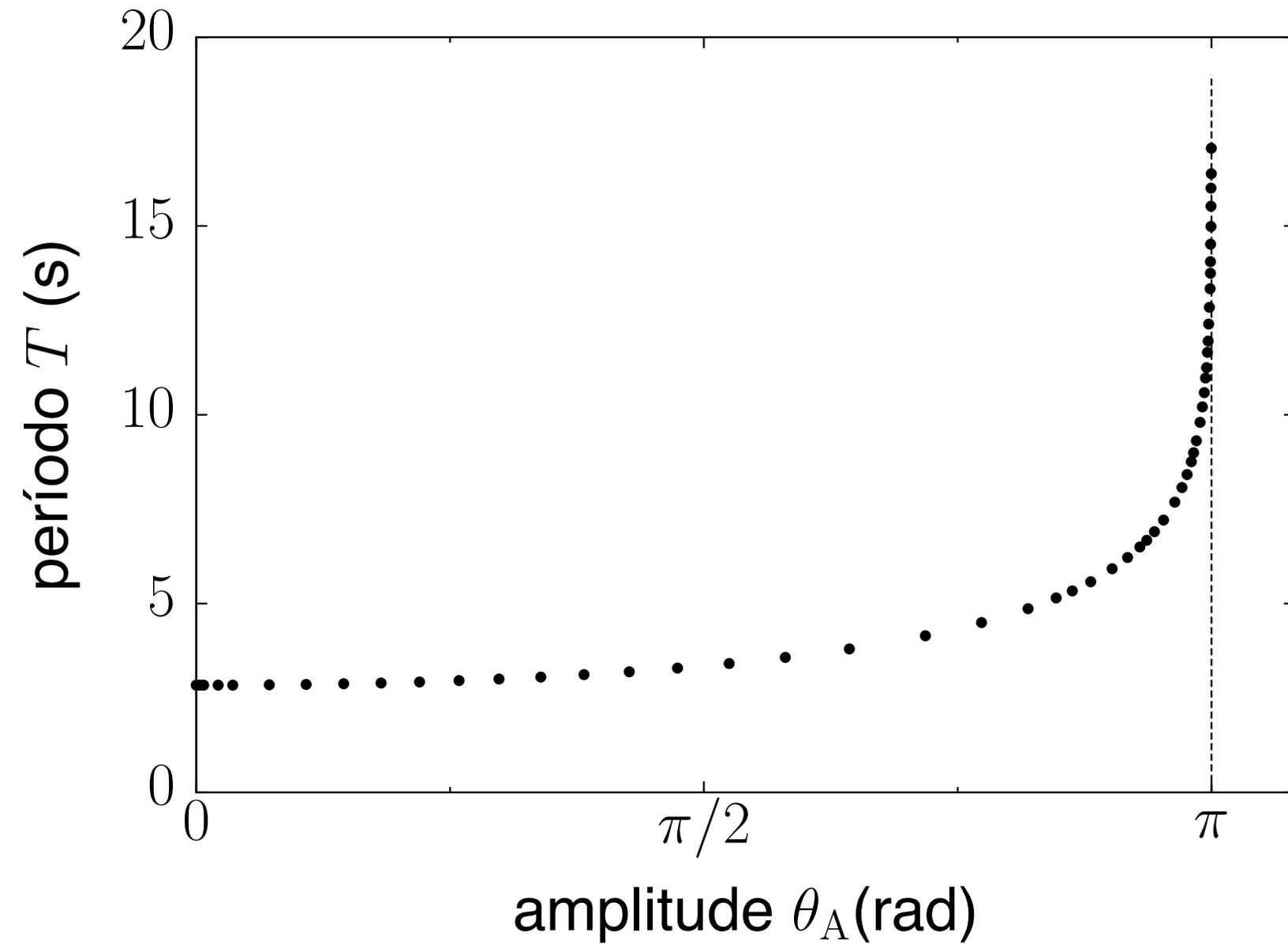
$$\ell = 2,00\text{m} \quad v_0 = 8,85437742\text{m/s}$$



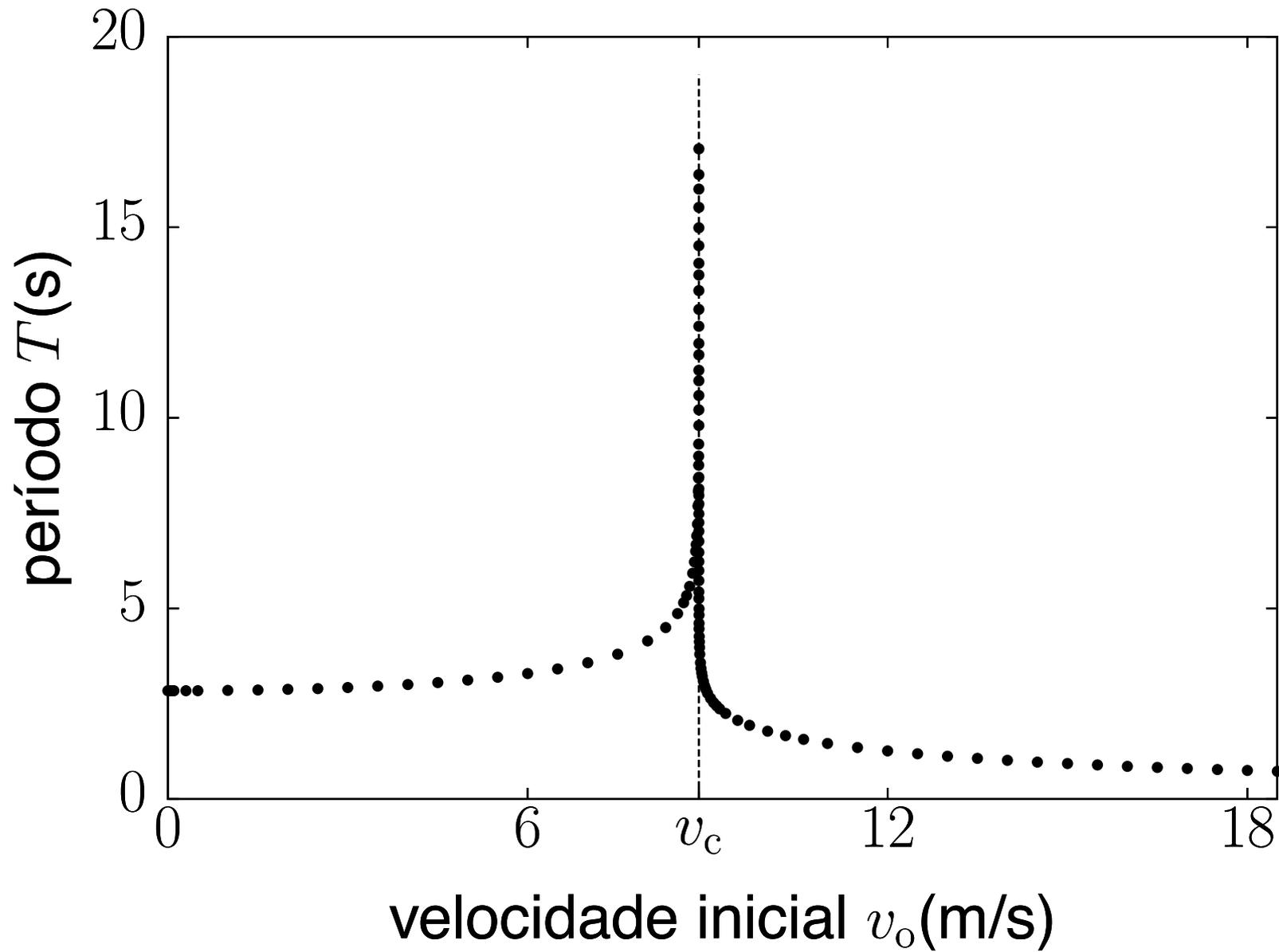
$$\ell = 2,00\text{m} \quad v_o = 8,85437748\text{m/s}$$



Período



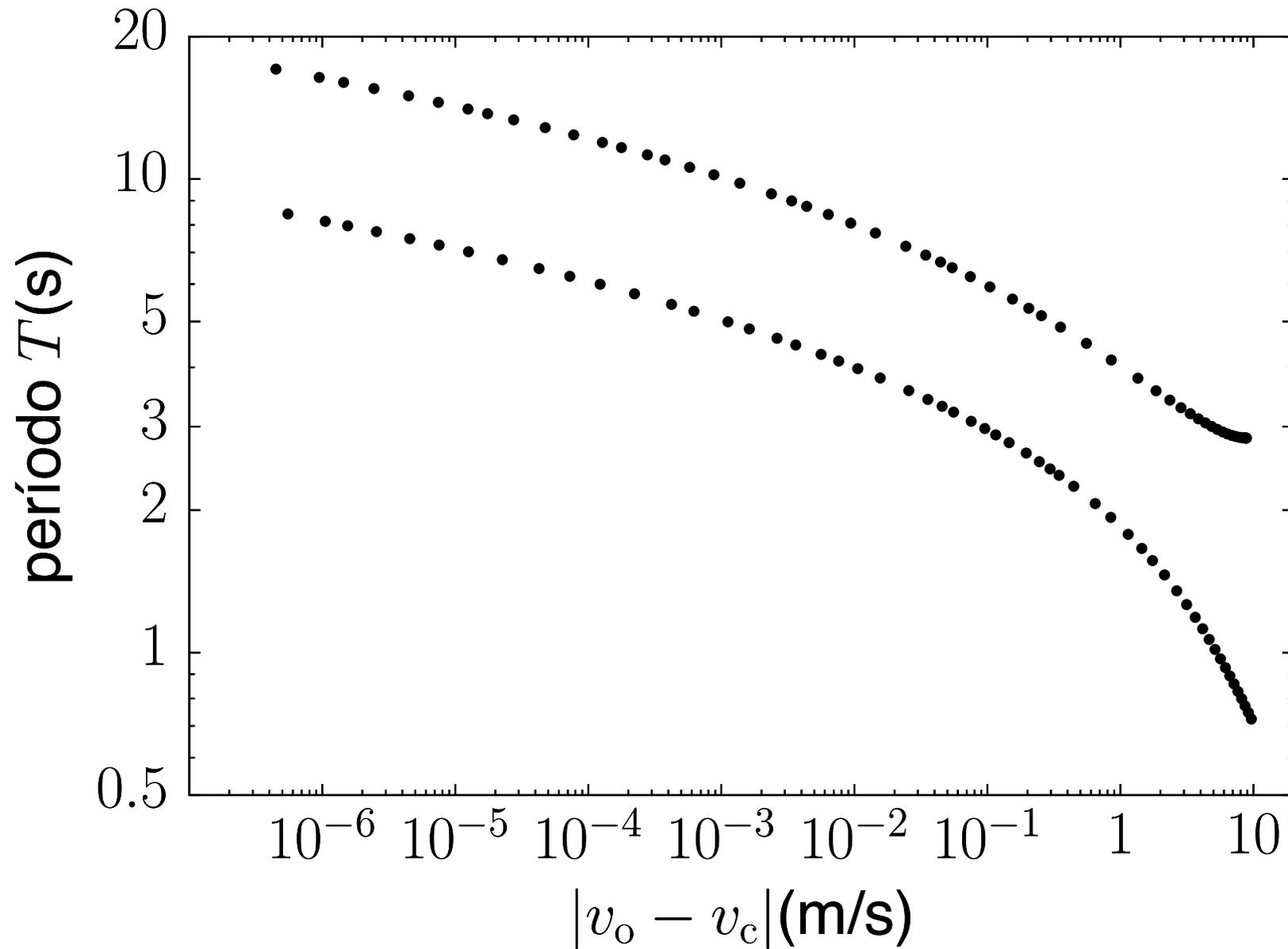
Período



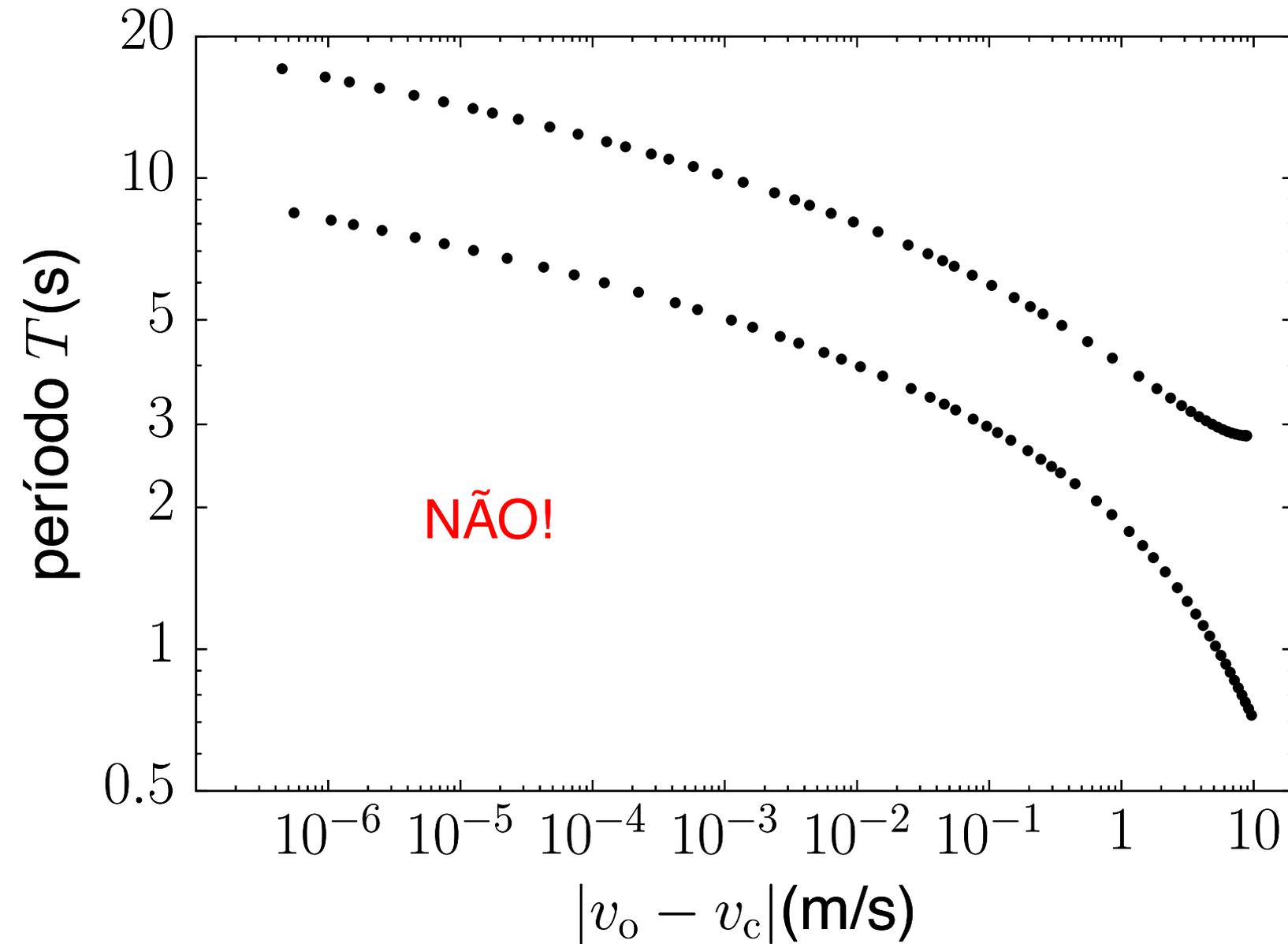
Lei de potência?



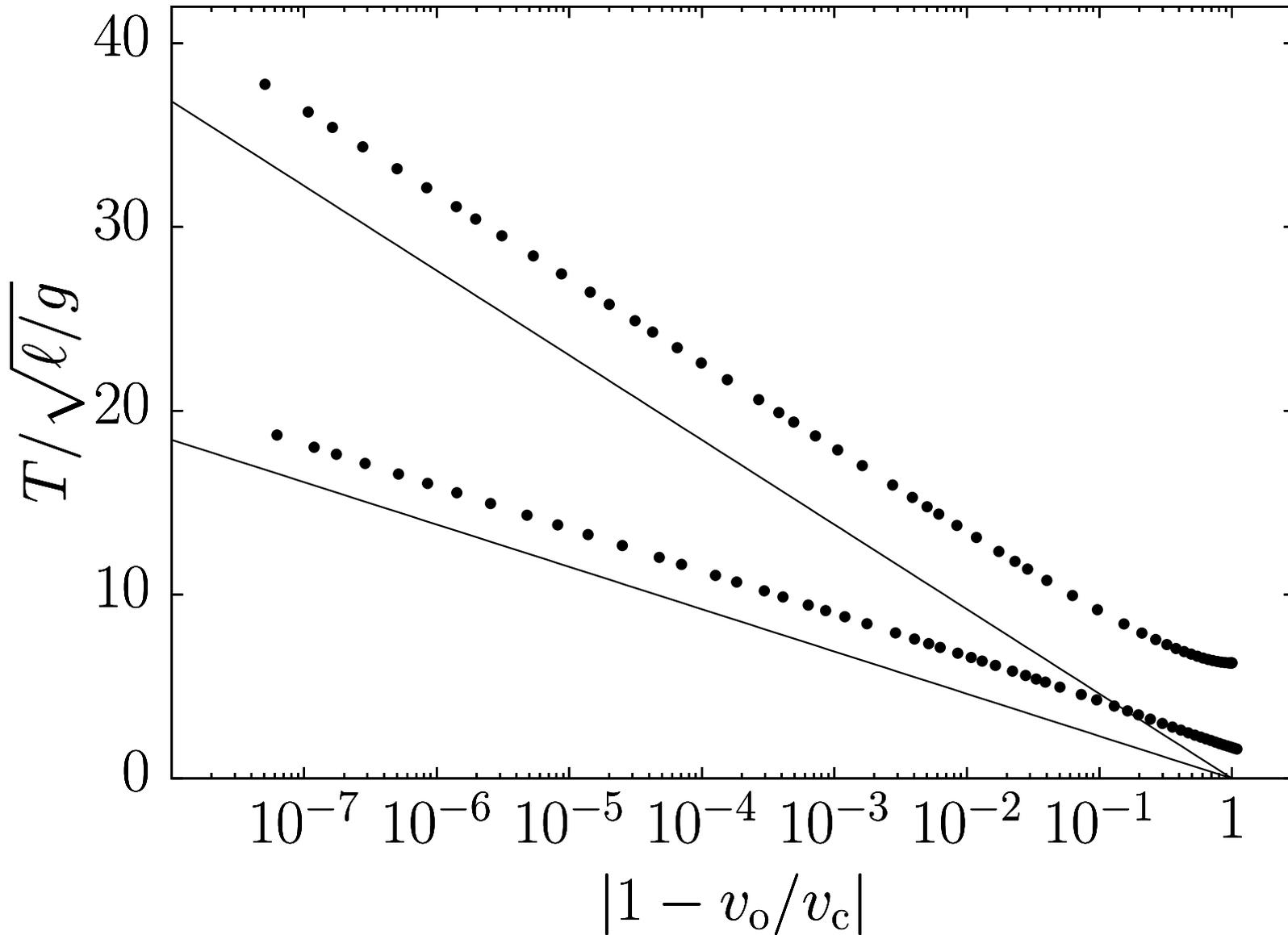
Lei de potência?



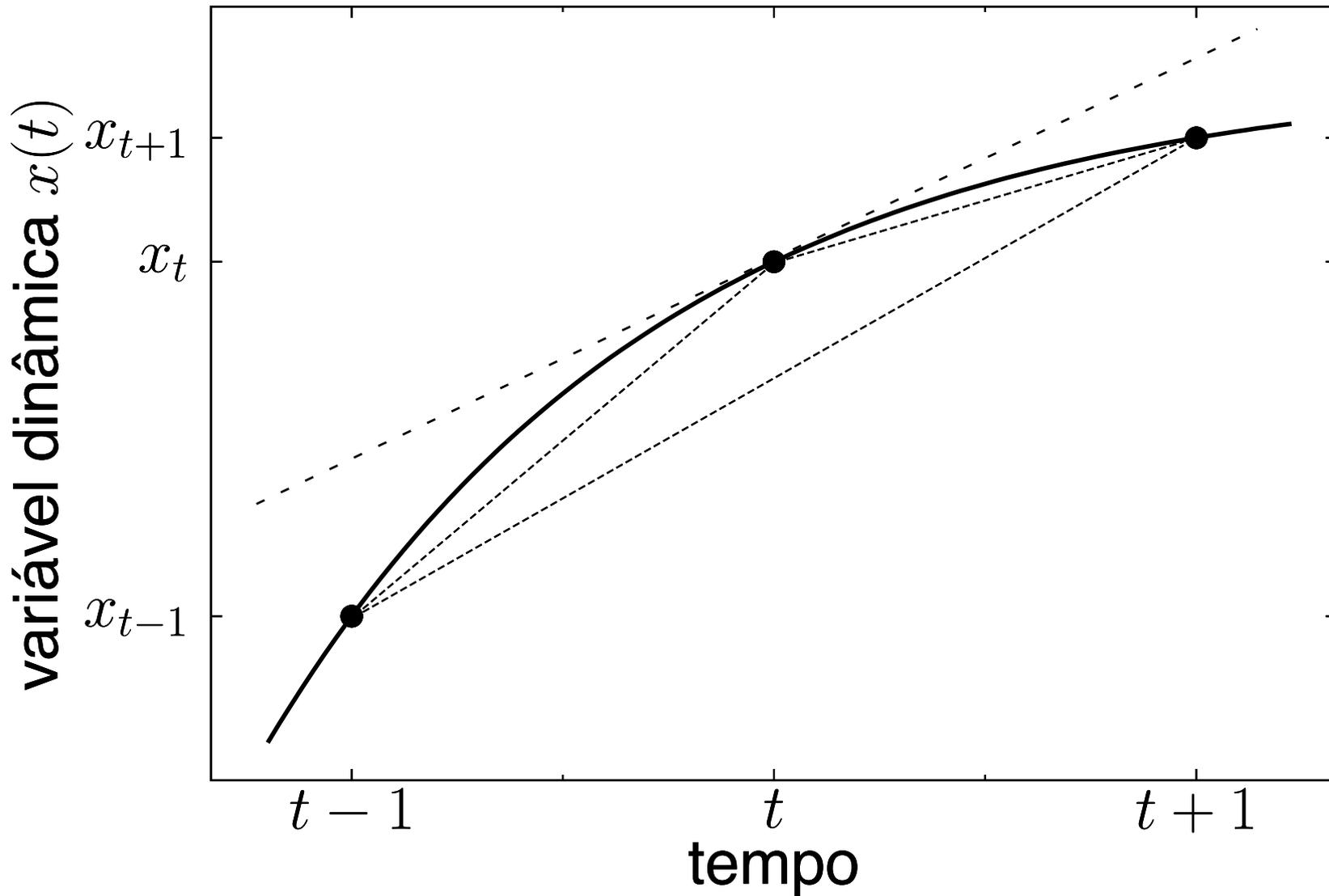
Lei de potência?



Dependência logarítmica



Centralização do intervalo



Física Computacional Básica

ou

Física Básica Computacional

Panorama da Física 2012

Paulo Murilo Castro de Oliveira (pmco@if.uff.br)

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

$\lambda < 1 \rightarrow$ decaimento exponencial (rápido)

$$x \sim e^{(\lambda-1)t} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

$\lambda < 1$ → decaimento exponencial (rápido)

$$x \sim e^{(\lambda-1)t} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

$\lambda = 1$ → decaimento em lei de potência (lento)

$$x \sim t^{-1} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

Mapa logístico

$$x' = f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x)$$

$\lambda < 1$ → decaimento exponencial (rápido)

$$x \sim e^{(\lambda-1)t} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

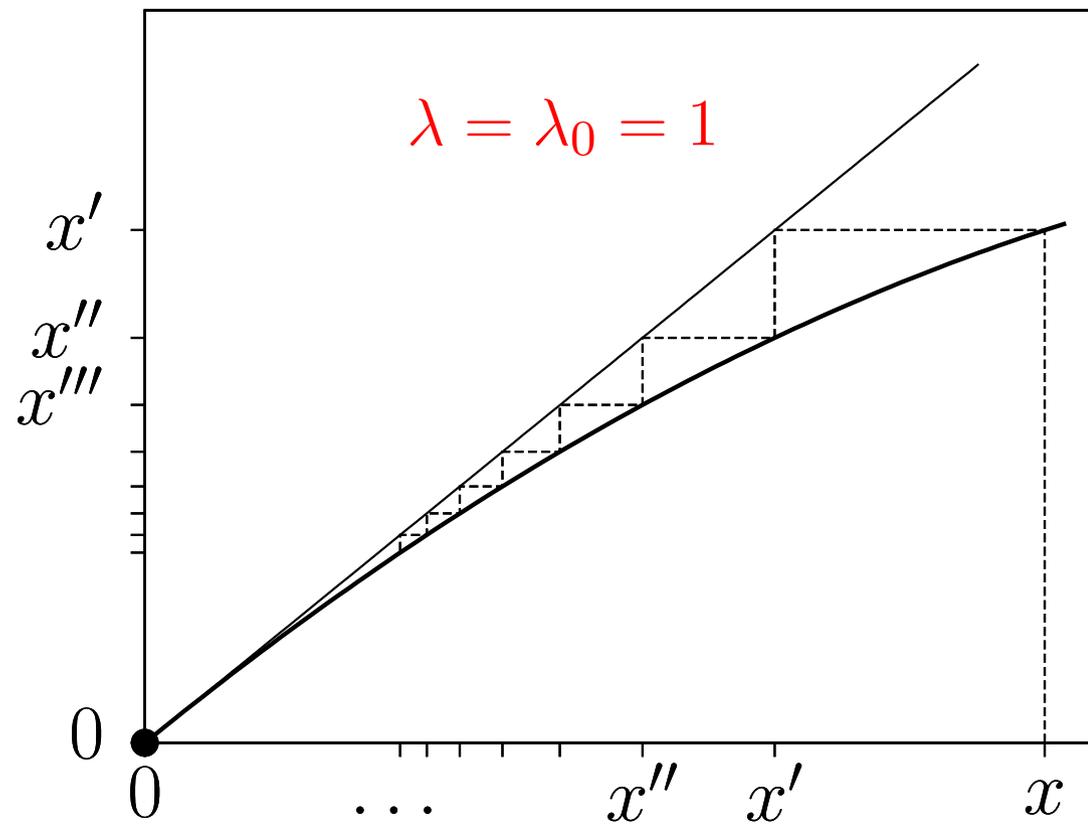
$\lambda = 1$ → decaimento em lei de potência (lento)

$$x \sim t^{-1} \quad (\text{atrator } x^* = 0).$$

$\lambda > 1$ → decaimento exponencial (rápido)

$$x - x^* \sim e^{(1-\lambda)t} \quad (\text{atrator } x^* = 1 - 1/\lambda).$$

Caso crítico



Rota para o caos



Rota para o caos

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 3,449.489.743$$

$$\lambda_3 = 3,544.090.359.6$$

$$\lambda_4 = 3,564.407.266.13$$

$$\lambda_5 = 3,568.759.419.55$$

$$\lambda_6 = 3,569.691.609.80$$

$$\lambda_7 = 3,569.891.259.38$$

$$\lambda_8 = 3,569.934.018.37$$

Rota para o caos

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 3,449.489.743$$

$$\lambda_3 = 3,544.090.359.6$$

$$\lambda_4 = 3,564.407.266.13$$

$$\lambda_5 = 3,568.759.419.55$$

$$\lambda_6 = 3,569.691.609.80$$

$$\lambda_7 = 3,569.891.259.38$$

$$\lambda_8 = 3,569.934.018.37$$

além de $\lambda_\infty = 3,5699\dots$ é o caos!

Rota para o caos

$$\lambda_0 = 1$$

$$\lambda_1 = 3$$

$$\lambda_2 = 3,449.489.743$$

$$\lambda_3 = 3,544.090.359.6$$

$$\lambda_4 = 3,564.407.266.13$$

$$\lambda_5 = 3,568.759.419.55$$

$$\lambda_6 = 3,569.691.609.80$$

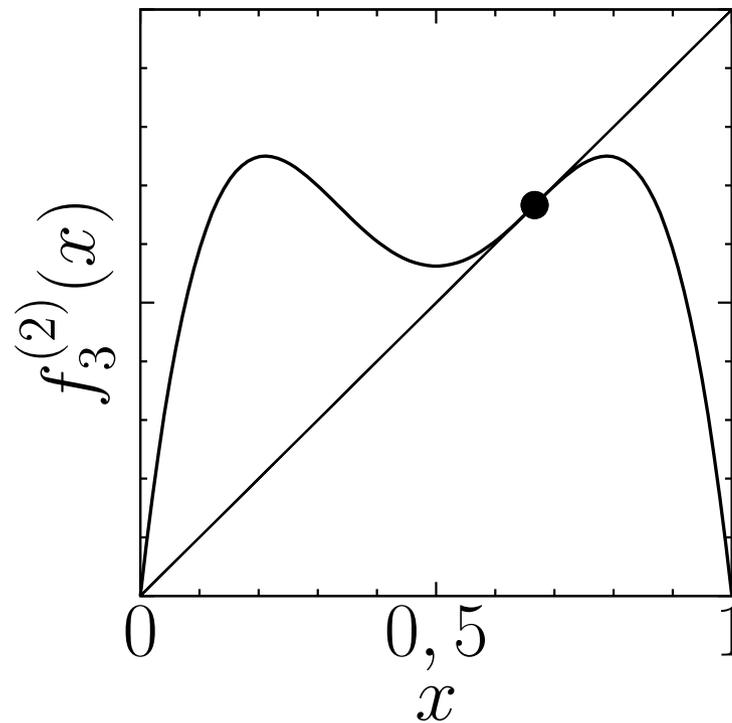
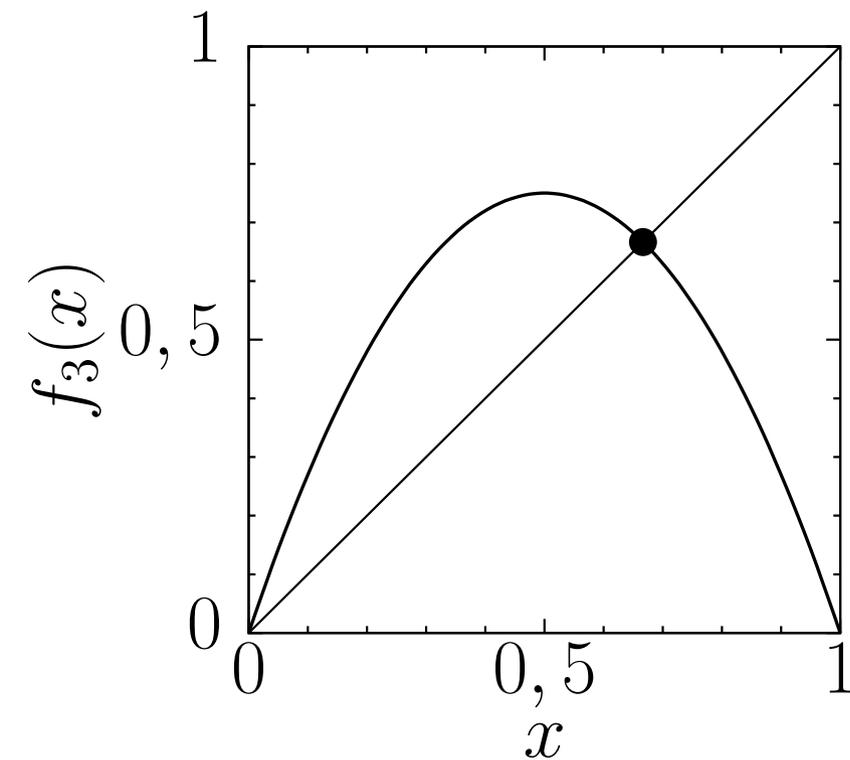
$$\lambda_7 = 3,569.891.259.38$$

$$\lambda_8 = 3,569.934.018.37$$

além de $\lambda_\infty = 3,5699\dots$ é o caos!

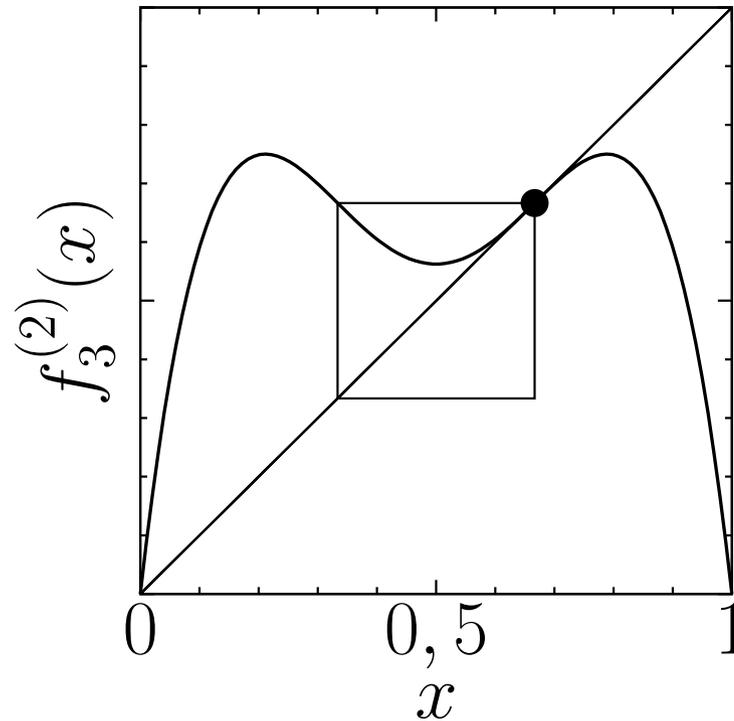
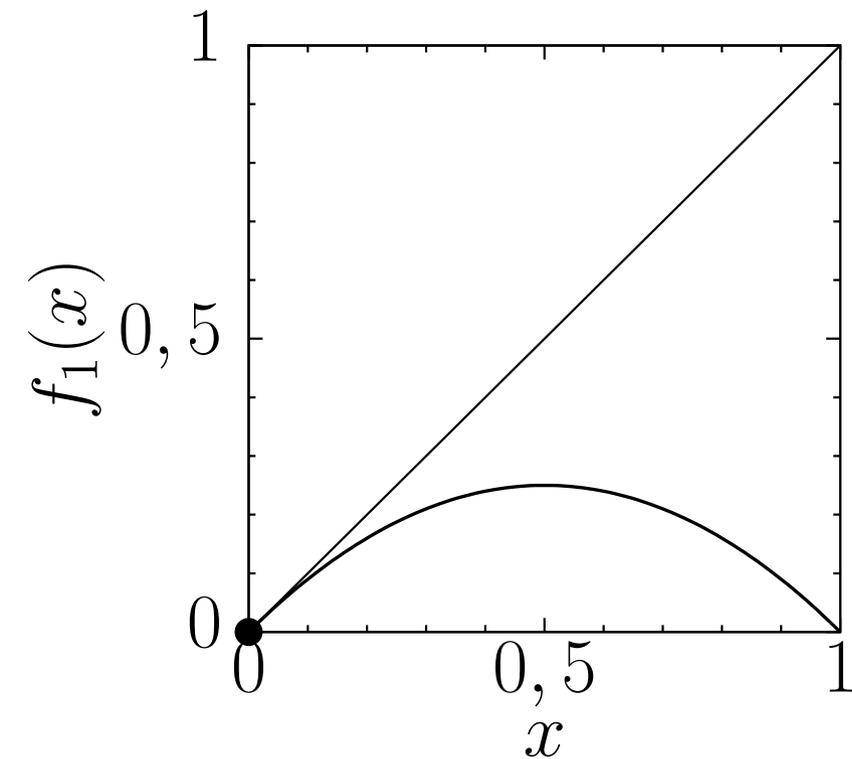
$$\delta = \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{b+1} - \lambda_b}{\lambda_{b+2} - \lambda_{b+1}} = 4,669\dots \quad (\text{constante universal})$$

Mapa composto $f_\lambda^{(2)}(x)$



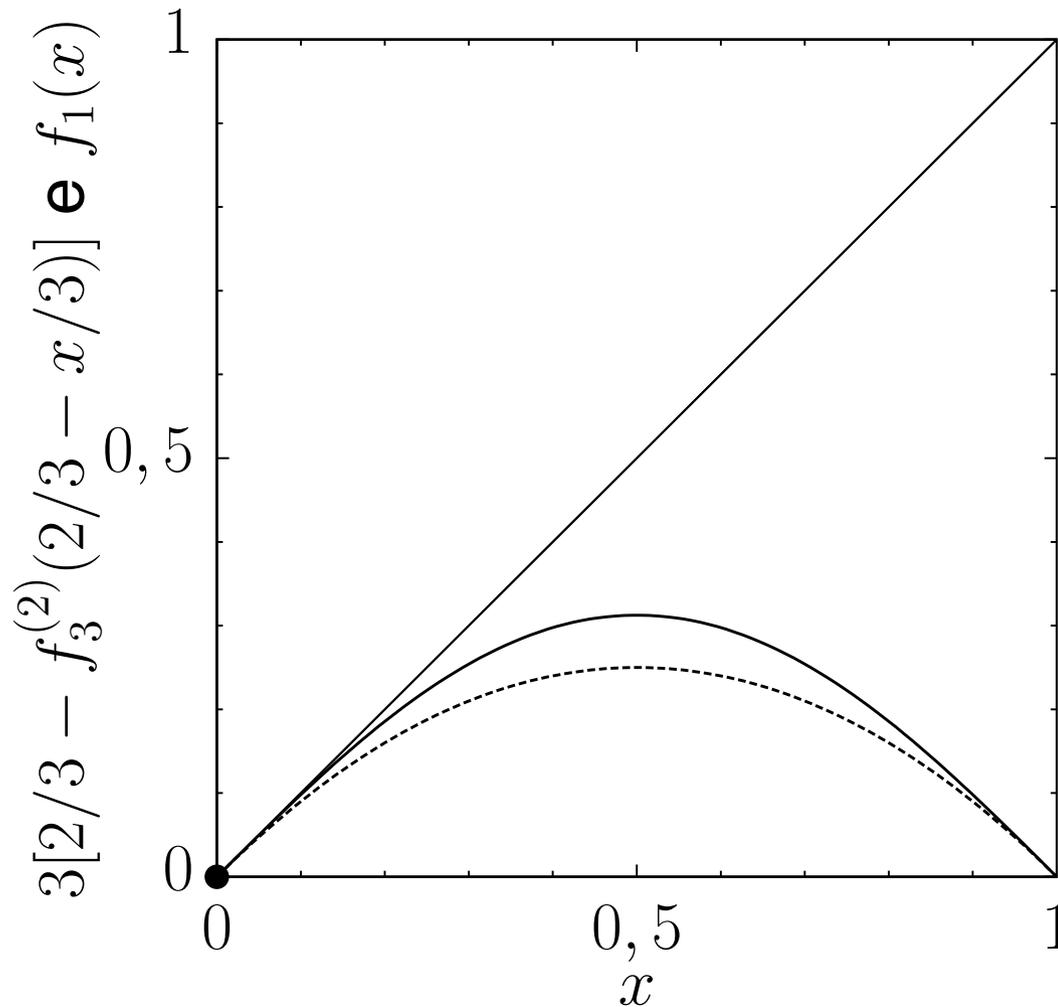
$$x' = f_\lambda(x) \quad \mathbf{e} \quad x' = f_\lambda^{(2)}(x) = f_\lambda[f_\lambda(x)] \quad \text{para } \lambda_1 = 3.$$

$$\lambda_0 = 1 \quad \mathbf{e} \quad \lambda_1 = 3$$



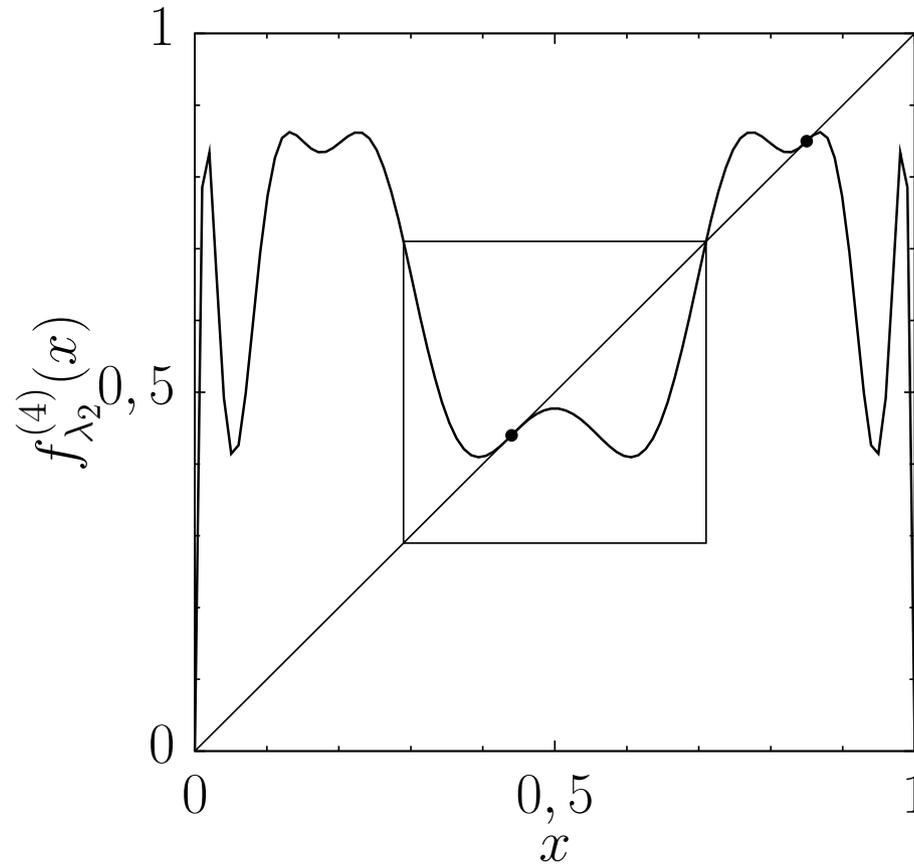
$x' = f_\lambda(x)$ para $\lambda_0 = 1$ e $x' = f_\lambda^{(2)}(x) = f_\lambda[f_\lambda(x)]$ para $\lambda_1 = 3$.

Escalado e superposto



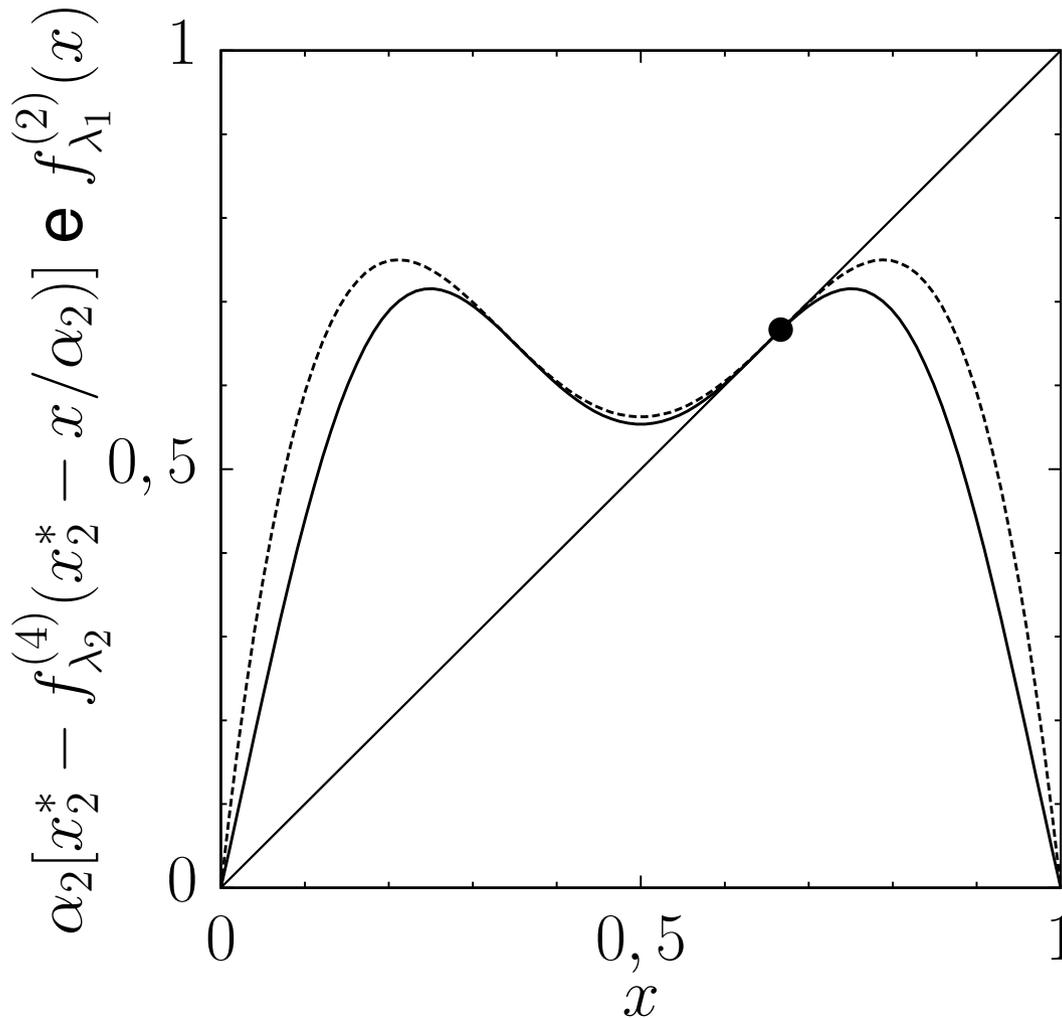
A linha tracejada corresponde a $\lambda_0 = 1$. A cheia, a $\lambda_1 = 3$.

Mais uma bifurcação (λ_2)



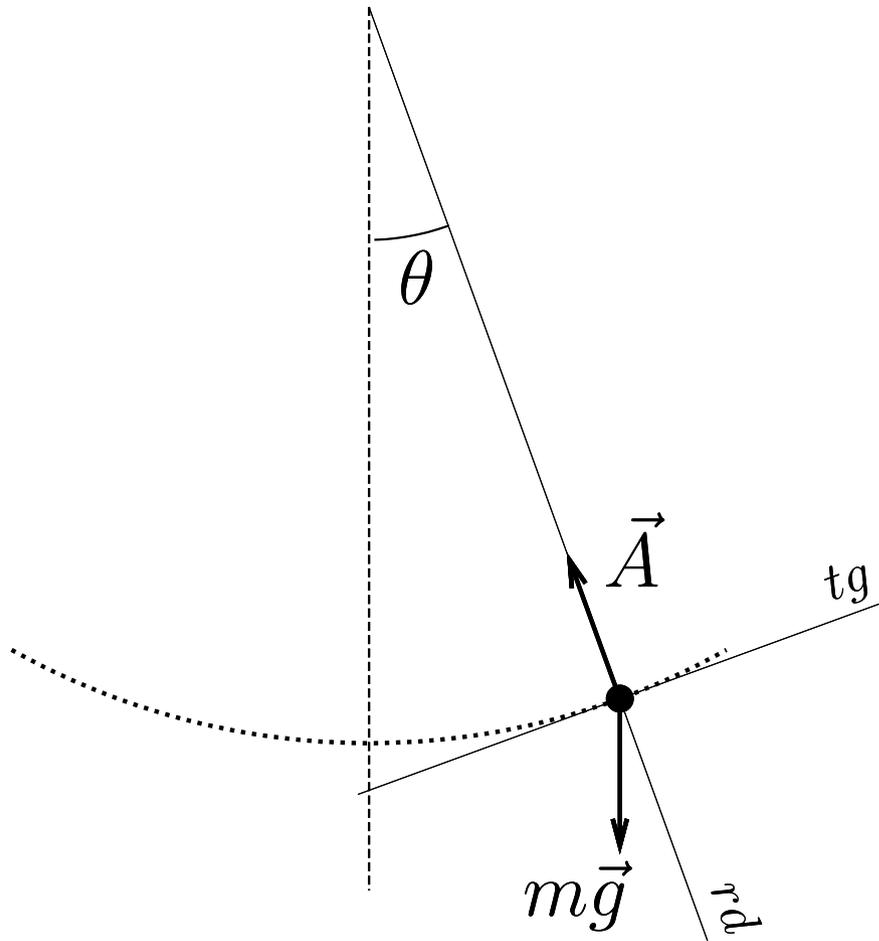
$$x' = f_{\lambda}^{(4)}(x) = f_{\lambda}(f_{\lambda}\{f_{\lambda}[f_{\lambda}(x)]\}) \text{ para } \lambda_2 = 3,449.489.743.$$

Escalado e superposto

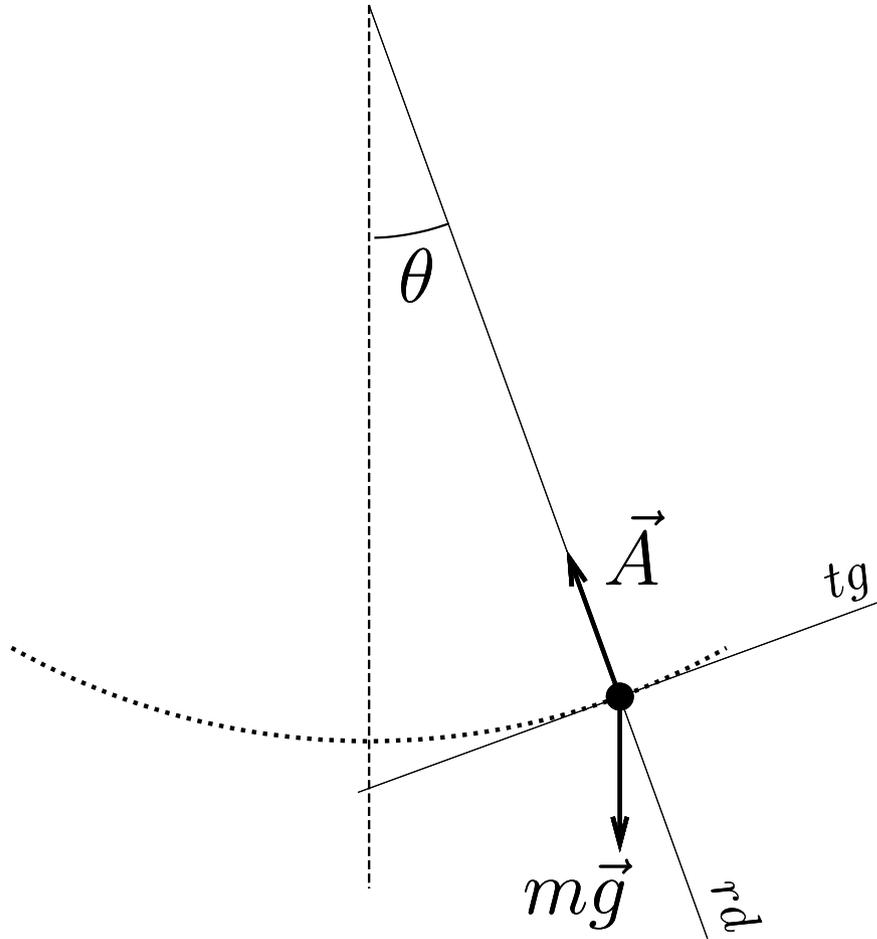


Tracejada: $\lambda_1 = 3$. Cheia: $\lambda_2 = 3,449.489.743$.

Pêndulo

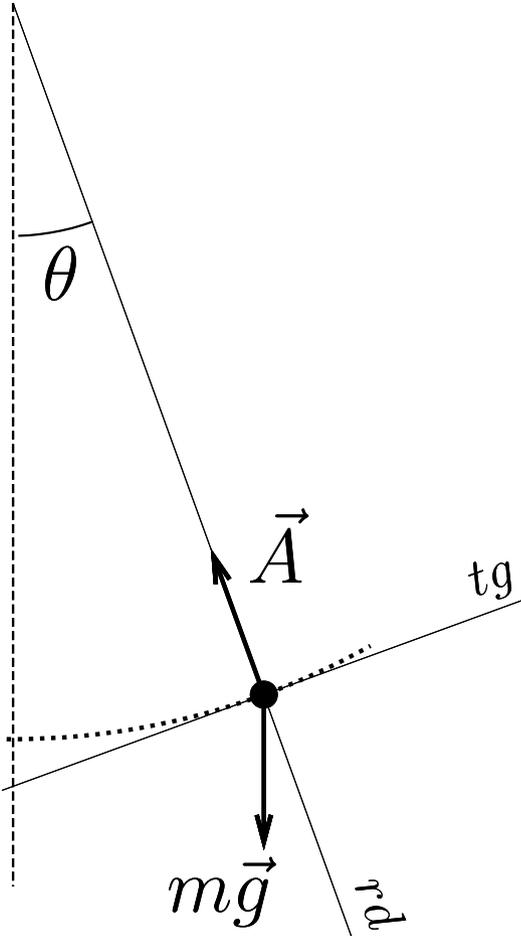


Pêndulo



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \text{sen}\theta = 0$$

Pêndulo



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{\ell} \text{sen}\theta = 0$$

$$\theta(0) = 0 \quad \left. \frac{d\theta}{dt} \right|_{t=0} = \frac{v_0}{\ell}$$

Diferenças finitas



Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_t \approx \frac{\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t}}{\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_t \approx \frac{\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t}}{\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

Pêndulo: $\theta_{t+1} \approx 2\theta_t - \frac{g}{\ell}\Delta t^2 \text{sen}\theta_t - \theta_{t-1}$

$$\theta_0 = 0 \quad \theta_1 = \frac{v_0}{\ell} \Delta t$$

Diferenças finitas

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

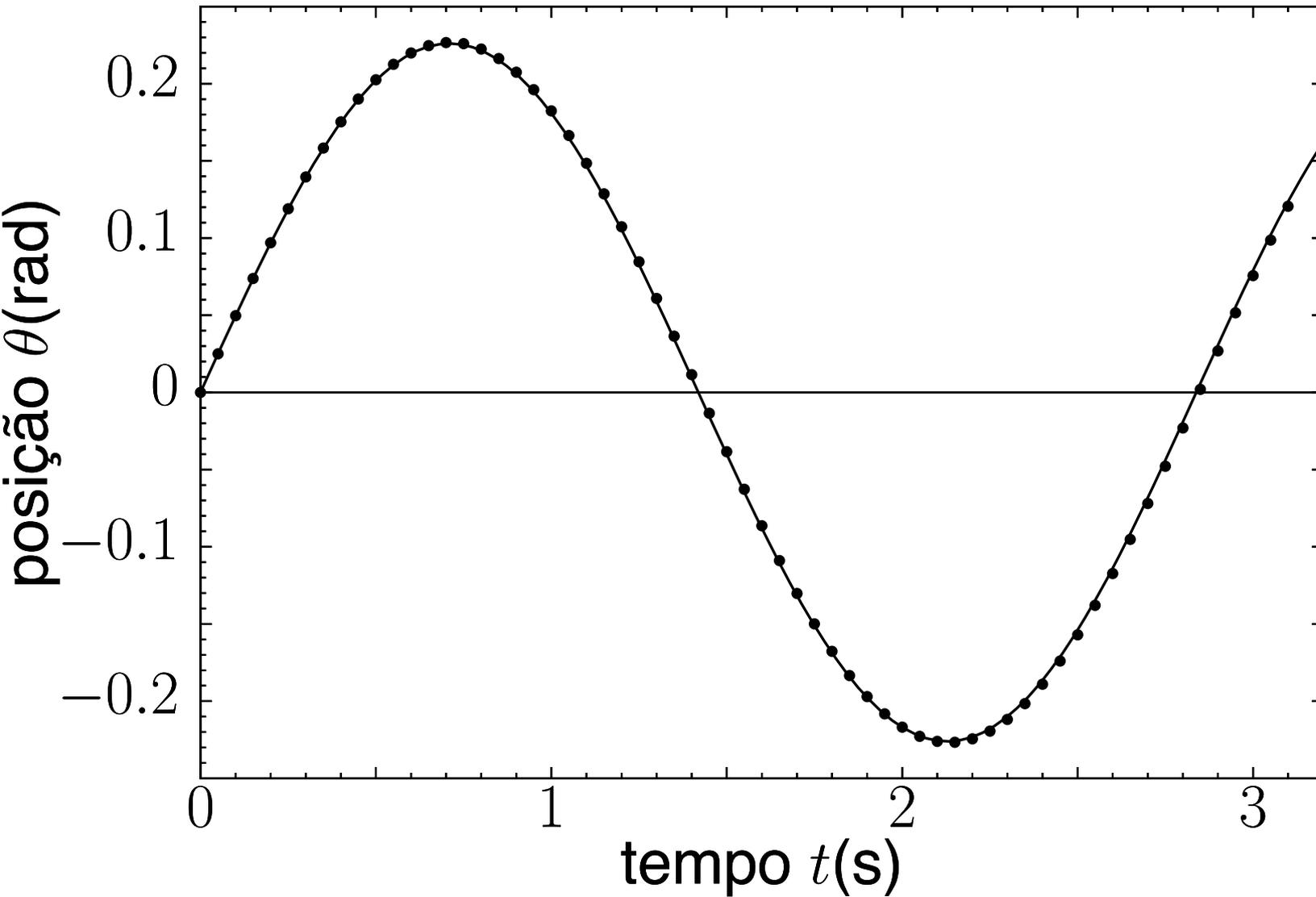
$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \approx \frac{x(t) - x(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

$$\left. \frac{d^2x}{dt^2} \right|_t \approx \frac{\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \left. \frac{dx}{dt} \right|_{t-\frac{1}{2}\Delta t}}{\Delta t} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{\Delta t^2}$$

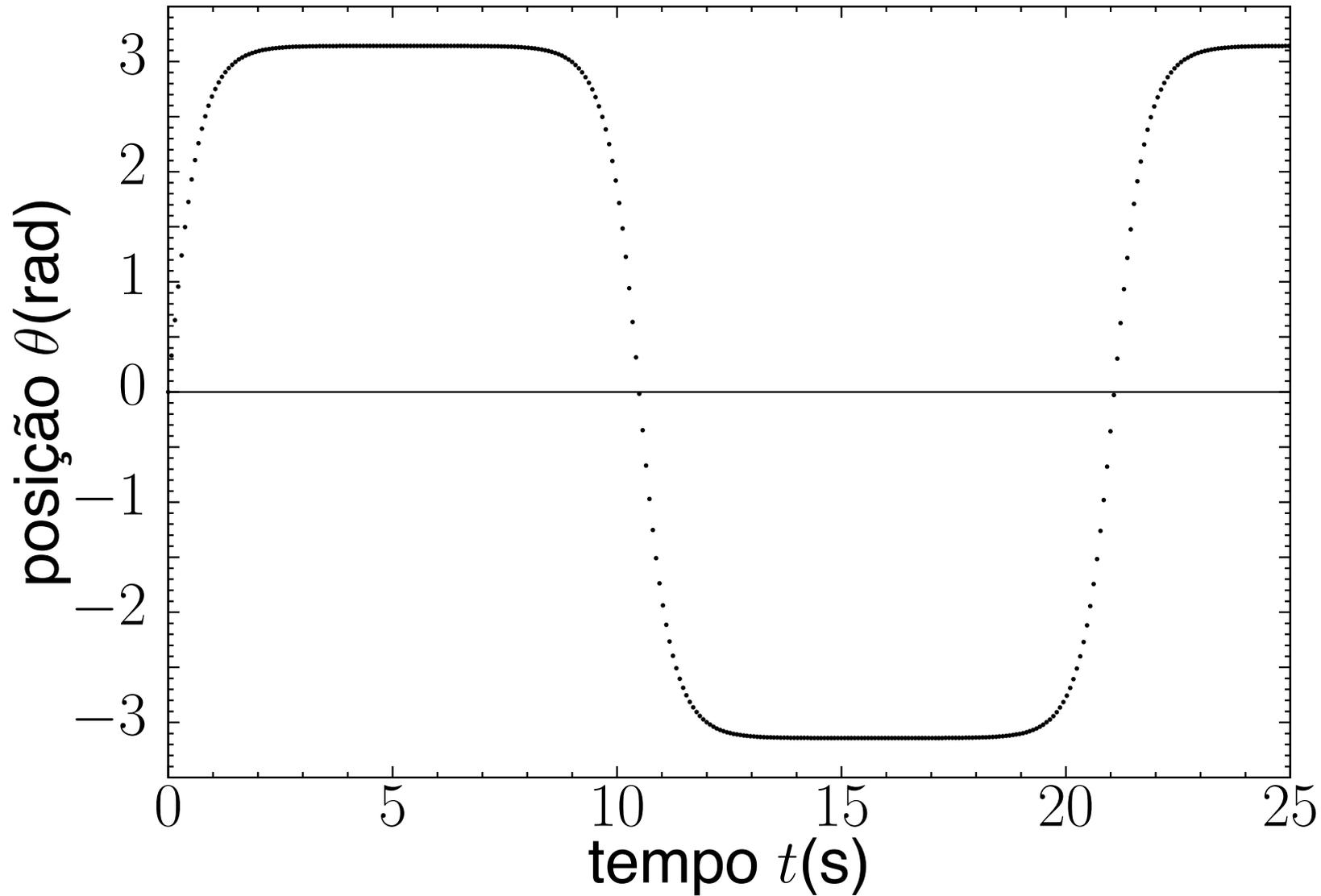
Pêndulo: $\theta_{t+1} \approx 2\theta_t - \frac{g}{\ell} \Delta t^2 \text{sen}\theta_t - \theta_{t-1}$

$$\theta_0 = 0 \quad \theta_1 = \frac{v_0}{\ell} \Delta t$$

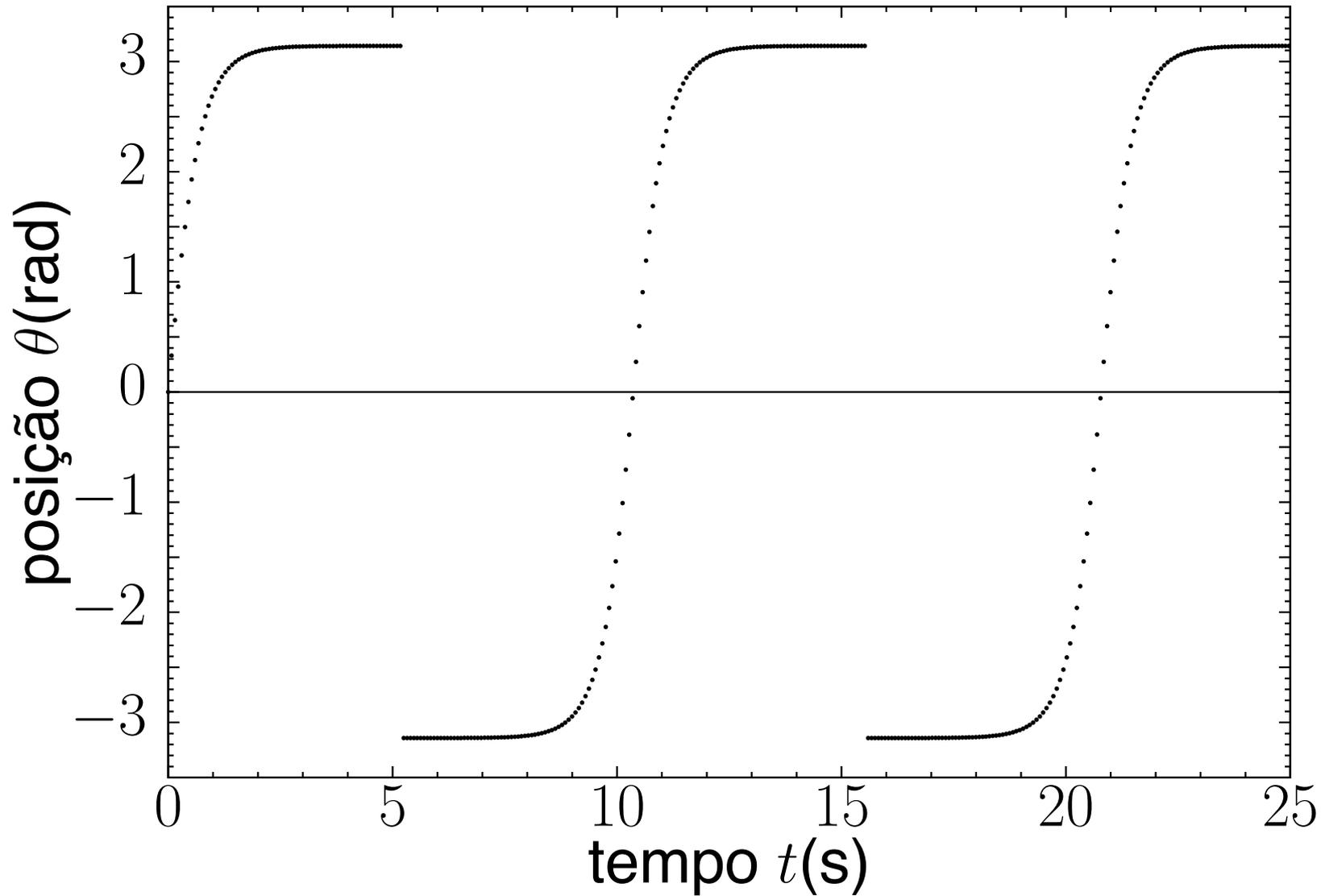
$$\ell = 2,00\text{m} \quad v_o = 1,00\text{m/s}$$



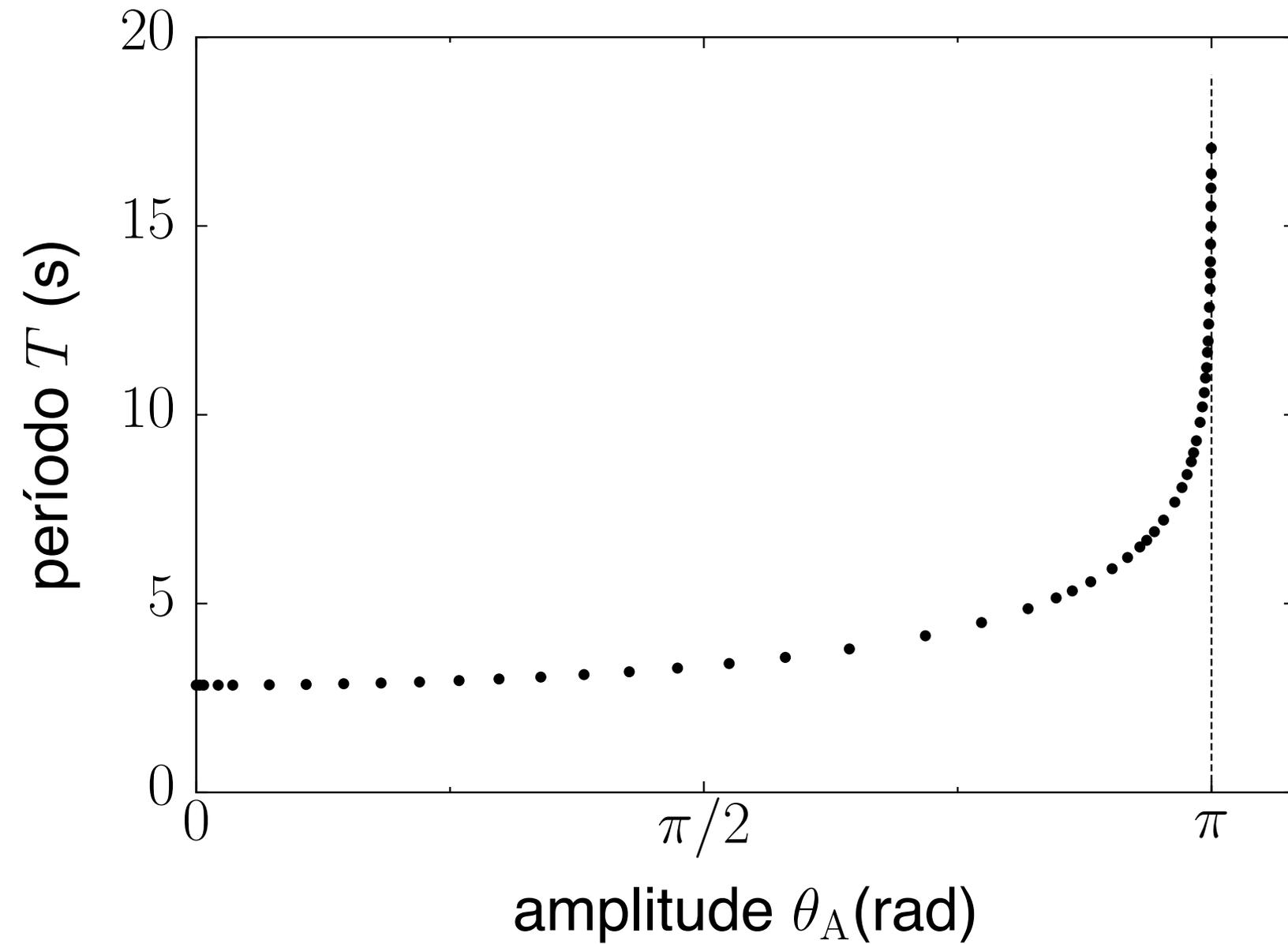
$$\ell = 2,00\text{m} \quad v_0 = 8,85437742\text{m/s}$$



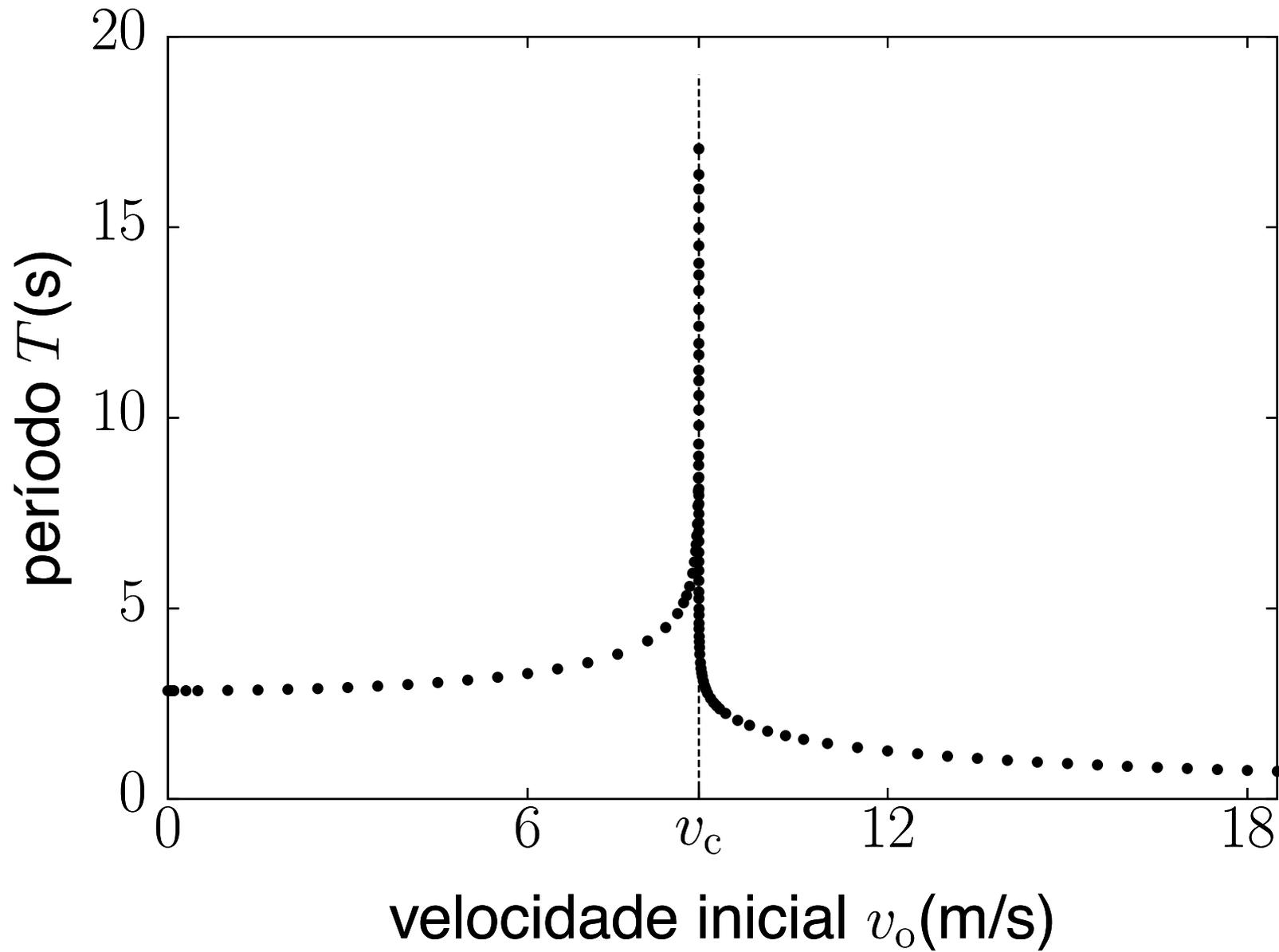
$$\ell = 2,00\text{m} \quad v_o = 8,85437748\text{m/s}$$



Período



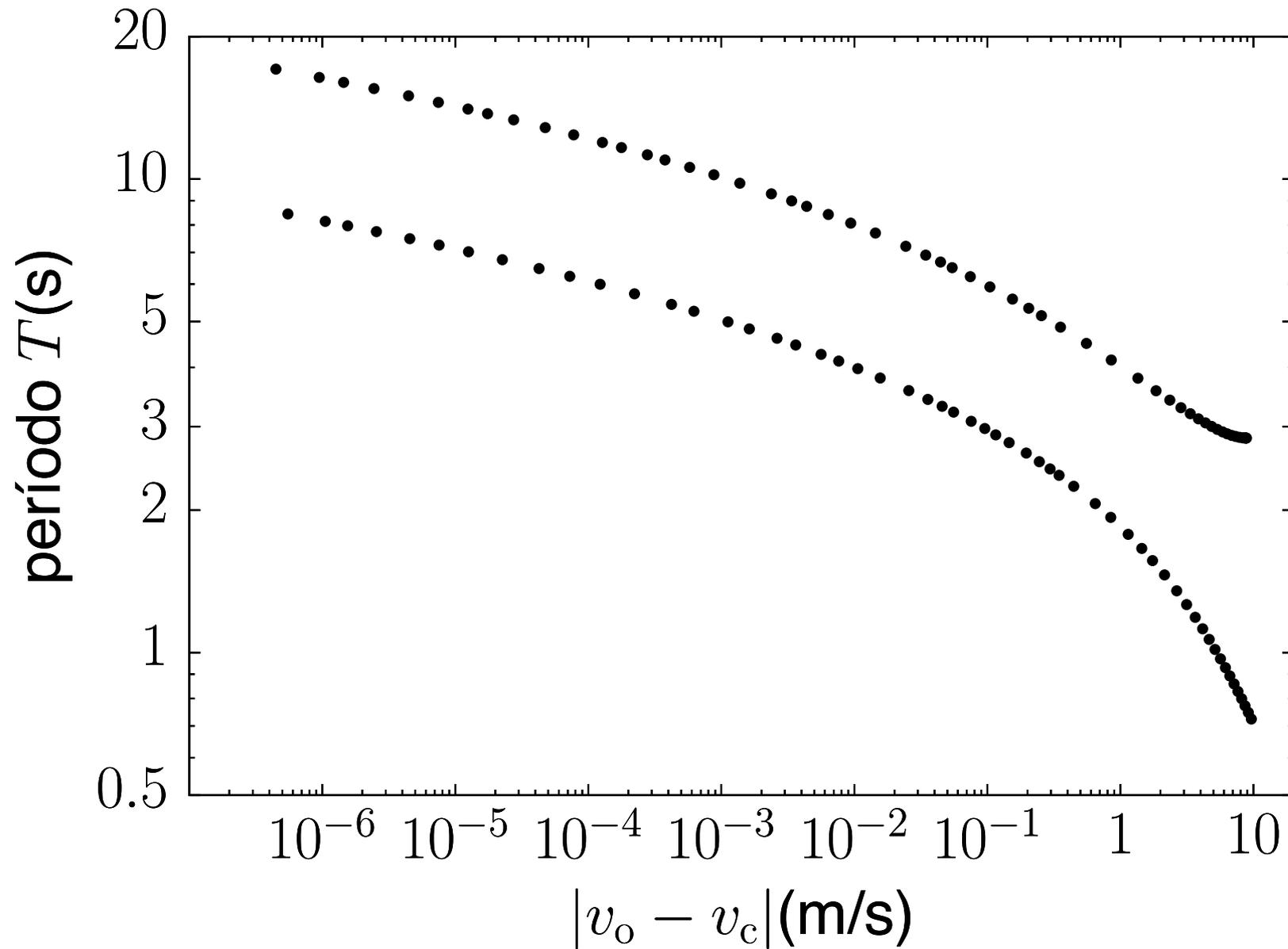
Período



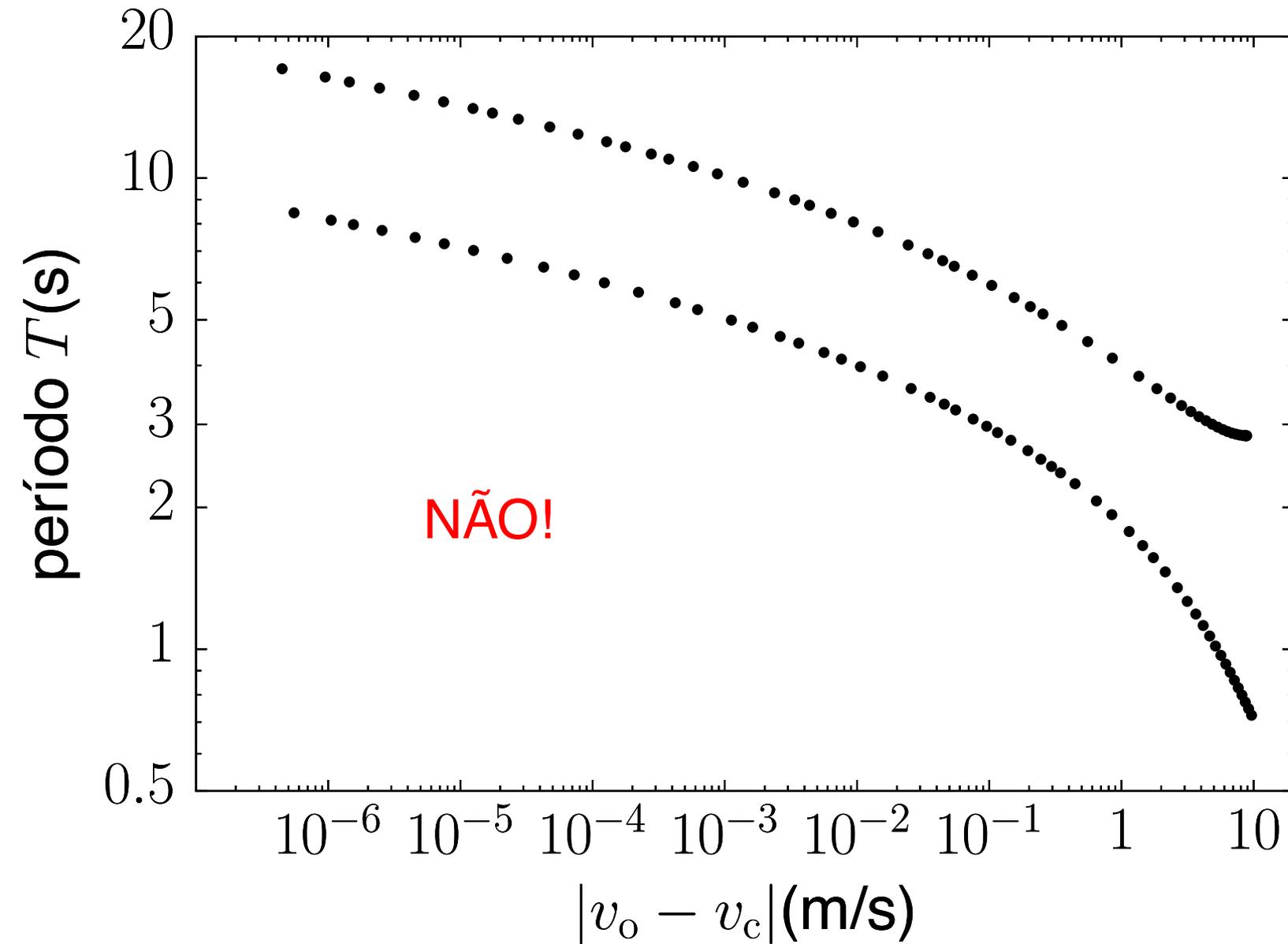
Lei de potência?



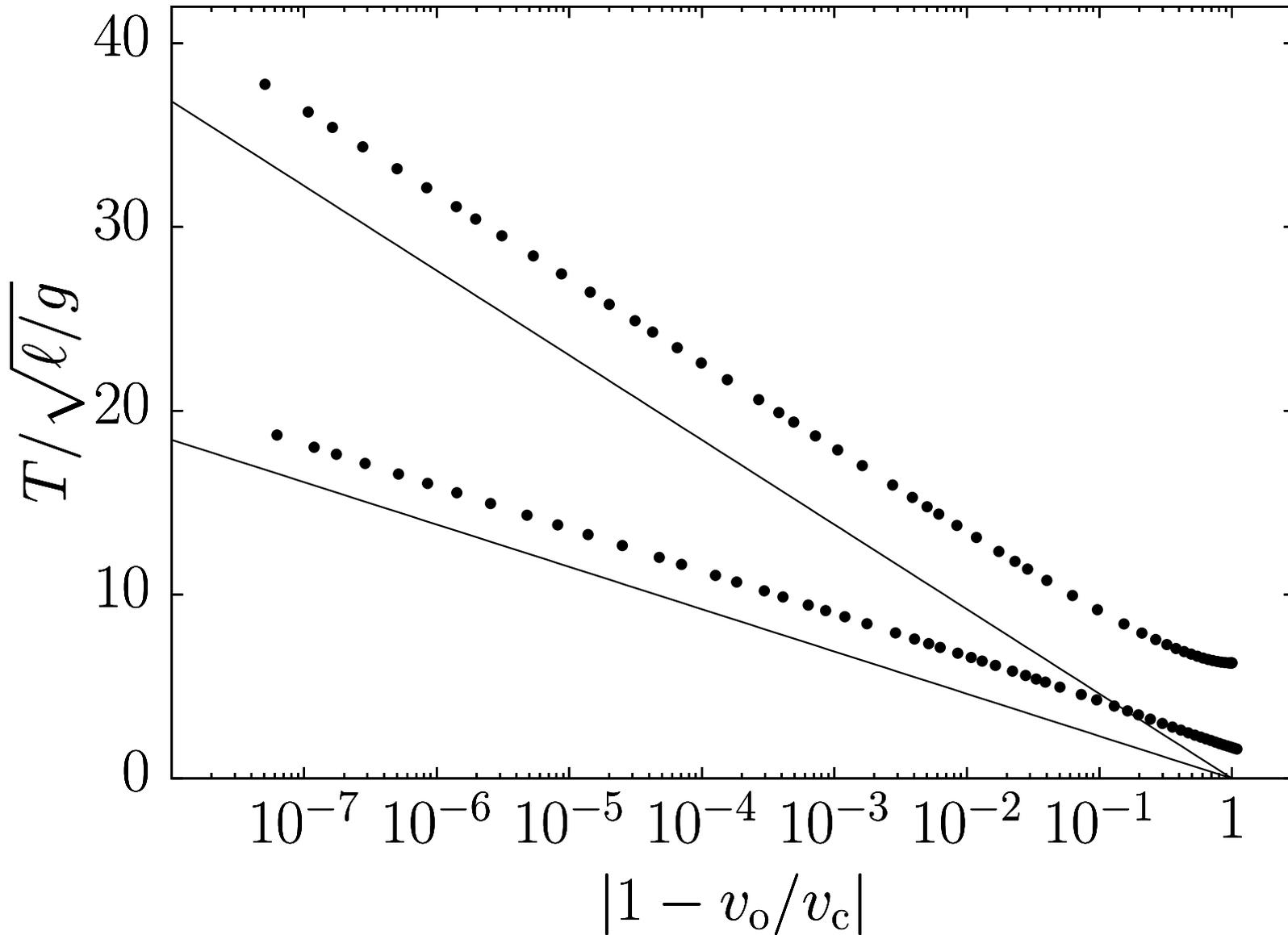
Lei de potência?



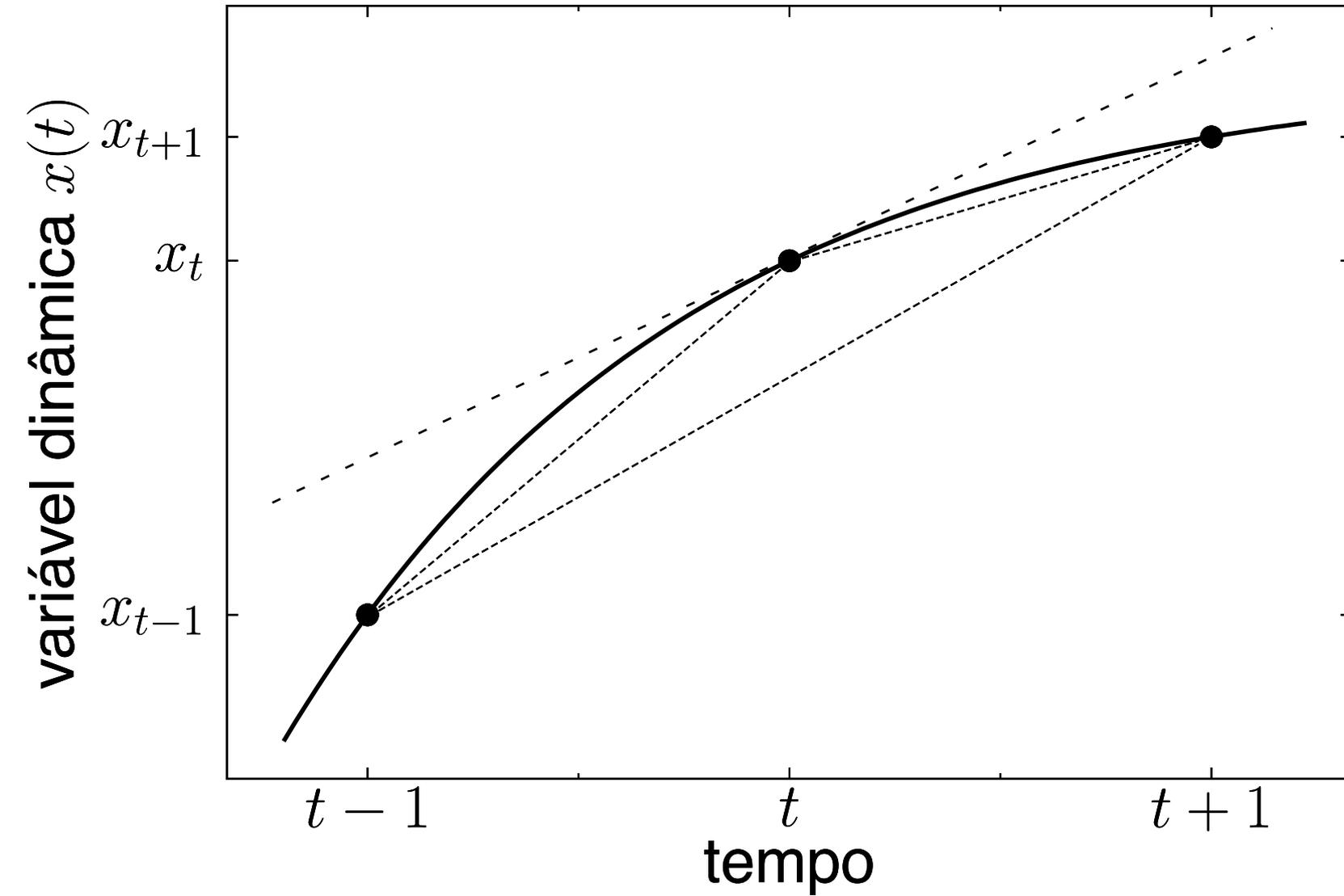
Lei de potência?



Dependência logarítmica



Centralização do intervalo



Física Computacional Básica

ou

Física Básica Computacional

Panorama da Física 2012

Paulo Murilo Castro de Oliveira (pmco@if.uff.br)

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

- Campo gravitacional $\vec{g}(\vec{r}, t)$ (independente da posição e do tempo no caso particular das proximidades da superfície terrestre). No caso geral, equações de Newton ou Einstein.

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

- Campo gravitacional $\vec{g}(\vec{r}, t)$ (independente da posição e do tempo no caso particular das proximidades da superfície terrestre). No caso geral, equações de Newton ou Einstein.
- Campo eletromagnético $\vec{E}(\vec{r}, t)$ (elétrico) e $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (magnético). Equações de Maxwell.

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

- Campo gravitacional $\vec{g}(\vec{r}, t)$ (independente da posição e do tempo no caso particular das proximidades da superfície terrestre). No caso geral, equações de Newton ou Einstein.
- Campo eletromagnético $\vec{E}(\vec{r}, t)$ (elétrico) e $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (magnético). Equações de Maxwell.
- Campo de distribuição de temperatura $\vec{u}(\vec{r}, t)$ (densidade de energia térmica em torno do ponto \vec{r} no instante t). Equação de difusão.

Difusão em uma barra

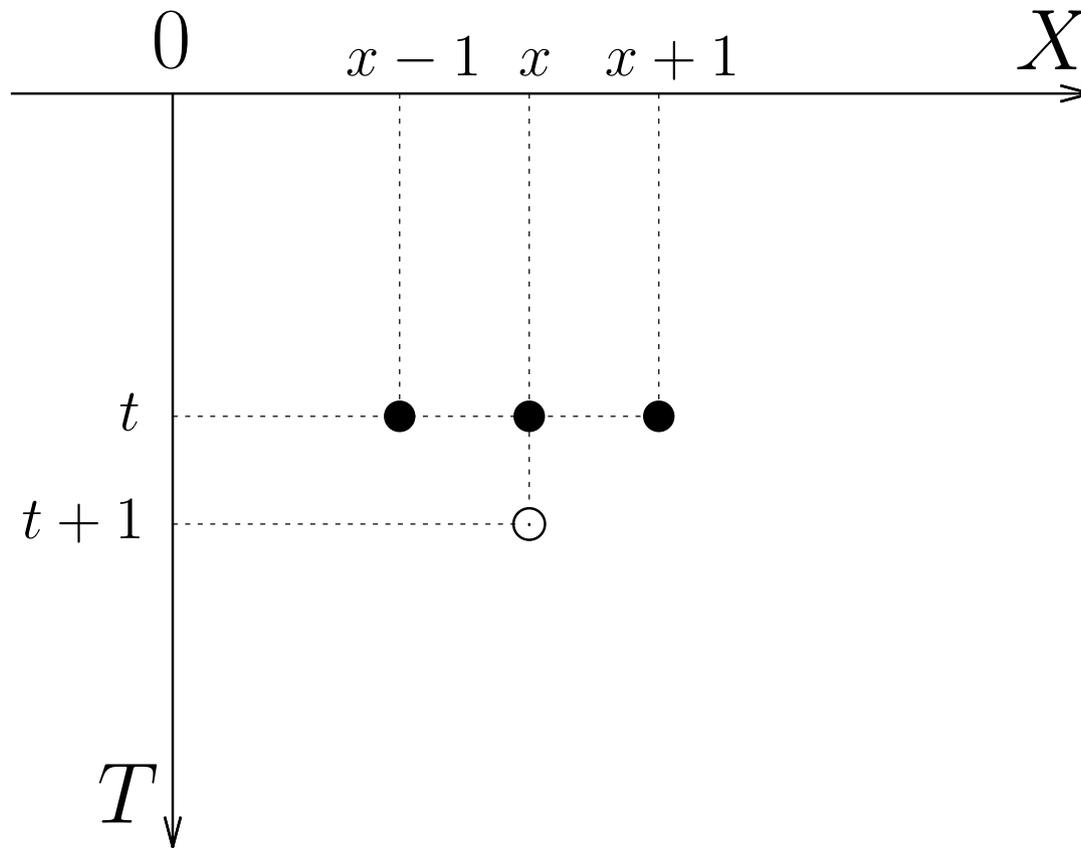
$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Difusão em uma barra

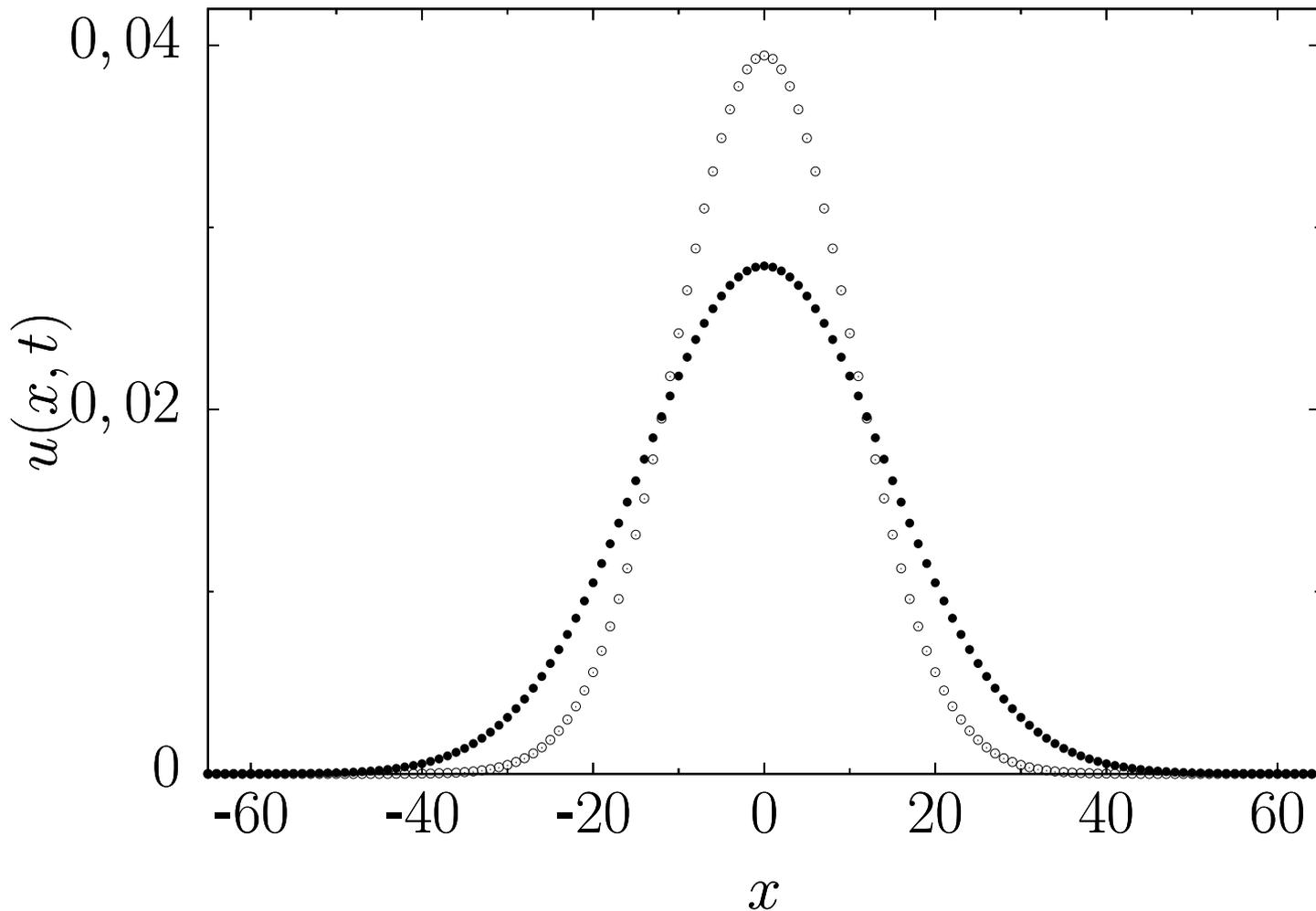
$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \frac{u_{x,t+1} - u_{x,t}}{\Delta t} \approx D \frac{u_{x+1,t} - 2u_{x,t} + u_{x-1,t}}{\Delta x^2}$$

Difusão em uma barra

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \frac{u_{x,t+1} - u_{x,t}}{\Delta t} \approx D \frac{u_{x+1,t} - 2u_{x,t} + u_{x-1,t}}{\Delta x^2}$$

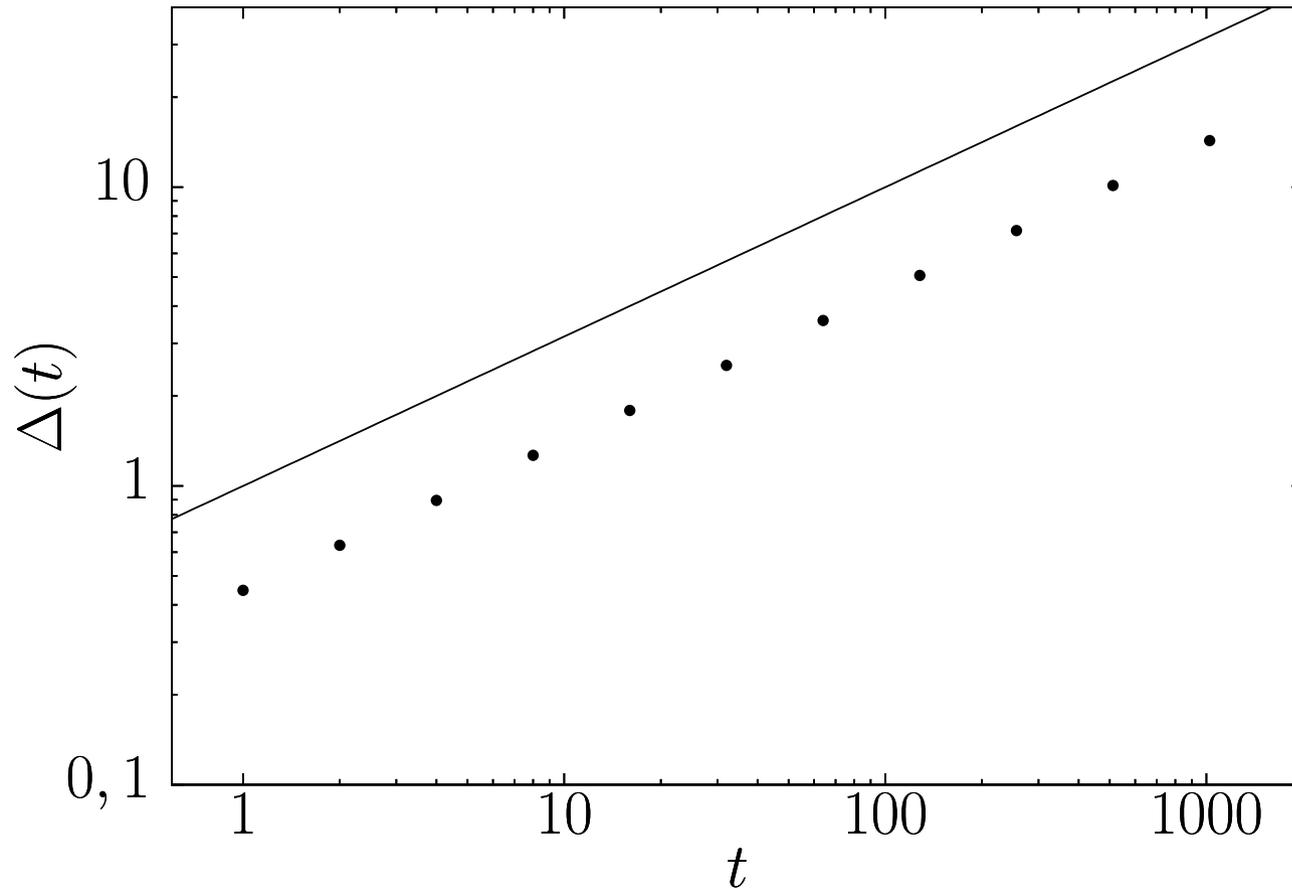


Difusão em uma barra



Distribuição de temperaturas $u_t(x)$ para $t = 512$ e $t = 1024$

Evolução da largura



Largura $\Delta(t) = \sqrt{\sum_{x=-\infty}^{\infty} x^2 u(x, t)} \sim t^{1/2}$

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .
- Ele pode ter recebido a informação de seu vizinho $x - 1$ ou de seu outro vizinho $x + 1$, que por sua vez eram portadores da informação no instante anterior com probabilidades $u(x - 1, t - 1)$ e $u(x + 1, t - 1)$.

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .
- Ele pode ter recebido a informação de seu vizinho $x - 1$ ou de seu outro vizinho $x + 1$, que por sua vez eram portadores da informação no instante anterior com probabilidades $u(x - 1, t - 1)$ e $u(x + 1, t - 1)$.
- p é a probabilidade de transmissão da informação entre vizinhos.

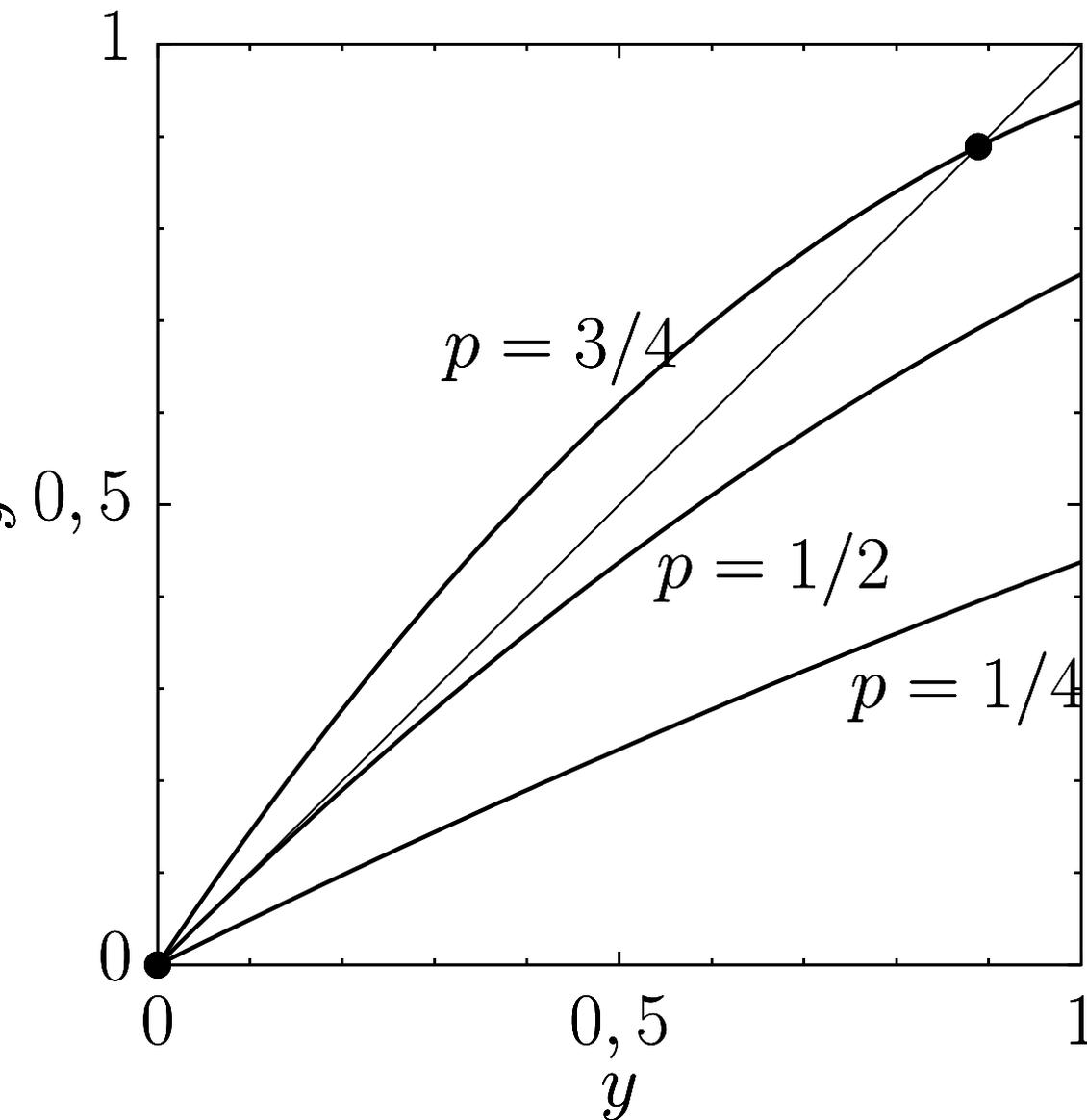
Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .
- Ele pode ter recebido a informação de seu vizinho $x - 1$ ou de seu outro vizinho $x + 1$, que por sua vez eram portadores da informação no instante anterior com probabilidades $u(x - 1, t - 1)$ e $u(x + 1, t - 1)$.
- p é a probabilidade de transmissão da informação entre vizinhos.

$$1 - u(x, t) = [1 - p u(x - 1, t - 1)] [1 - p u(x + 1, t - 1)]$$

Comportamento no centro ($x=0$)



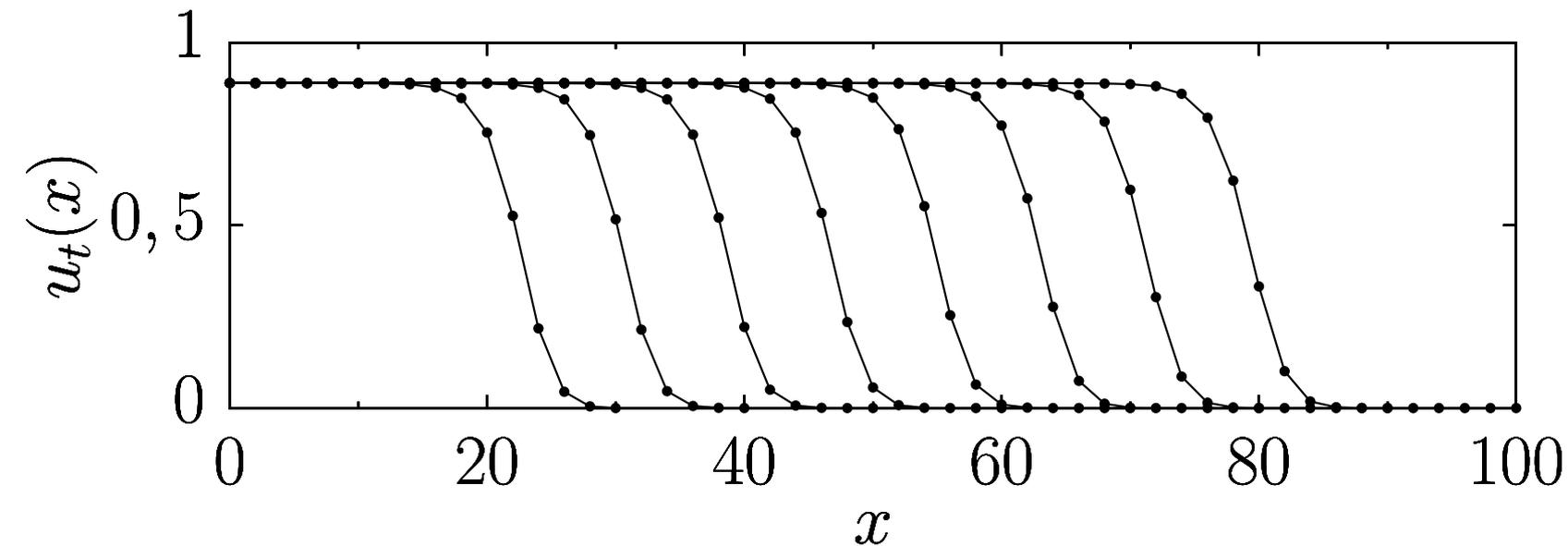
$$y' = u(0, t + 1)$$

$$y = u(0, t)$$

Propagação, extinção e difusão

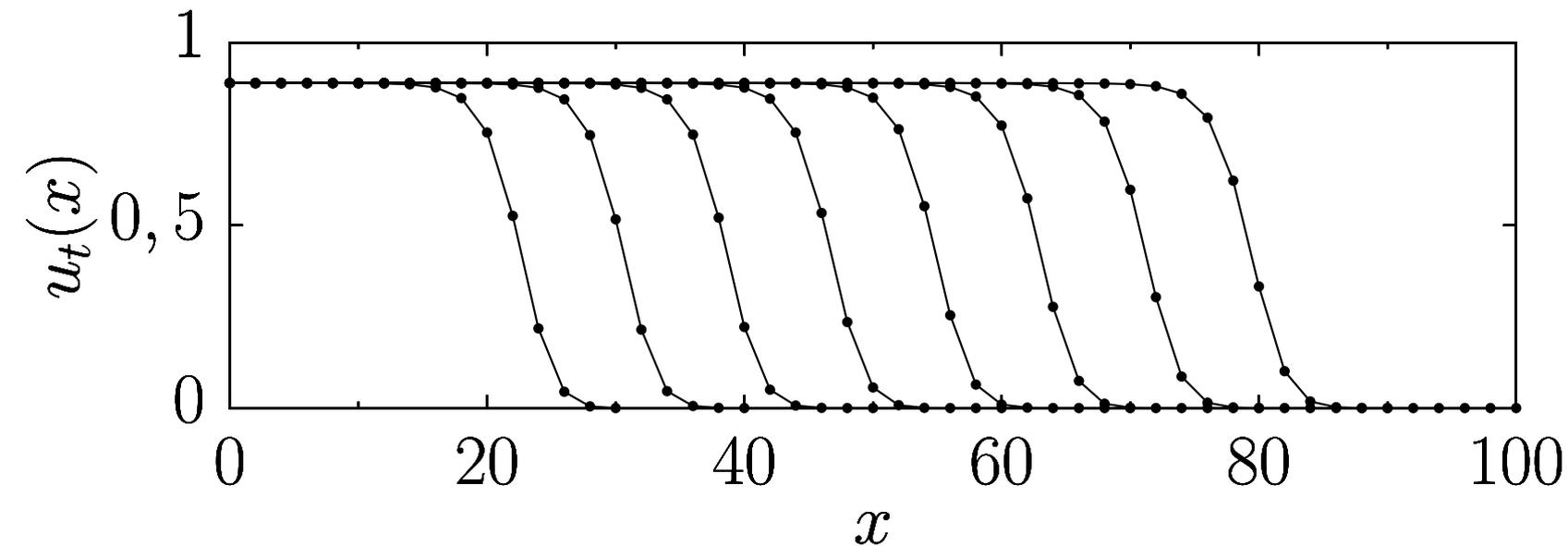


Propagação, extinção e difusão



Metade direita da frente de propagação da informação nos instantes $t = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100 , para $p = 3/4$.

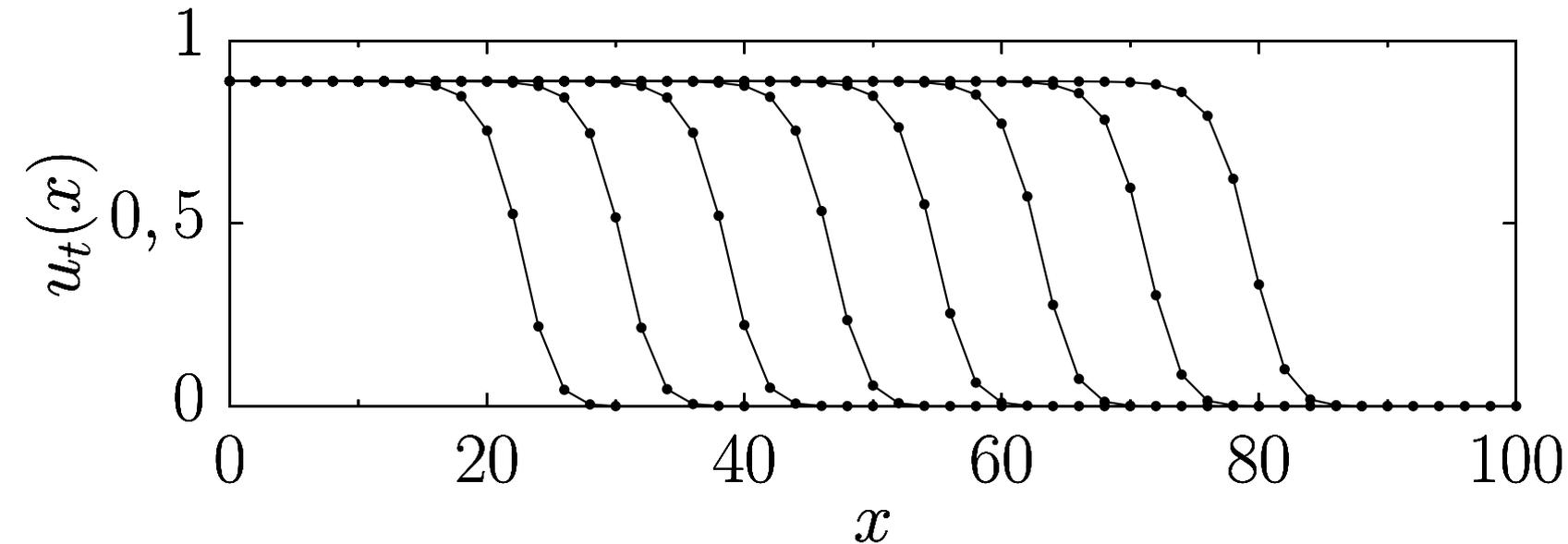
Propagação, extinção e difusão



Metade direita da frente de propagação da informação nos instantes $t = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100 , para $p = 3/4$.

Para $p < 1/2$ a informação se extingue rapidamente.

Propagação, extinção e difusão

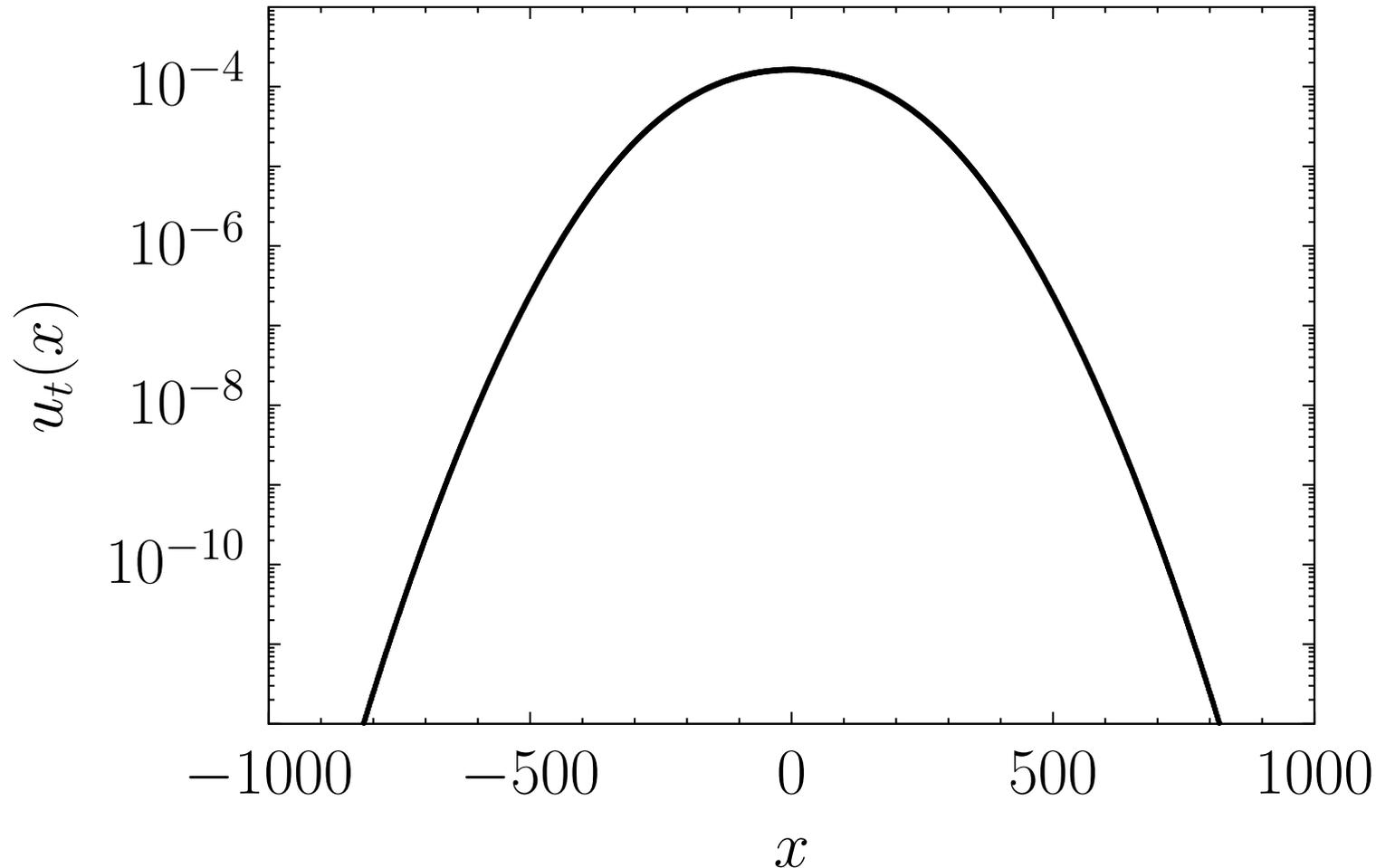


Metade direita da frente de propagação da informação nos instantes $t = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100 , para $p = 3/4$.

Para $p < 1/2$ a informação se extingue rapidamente.

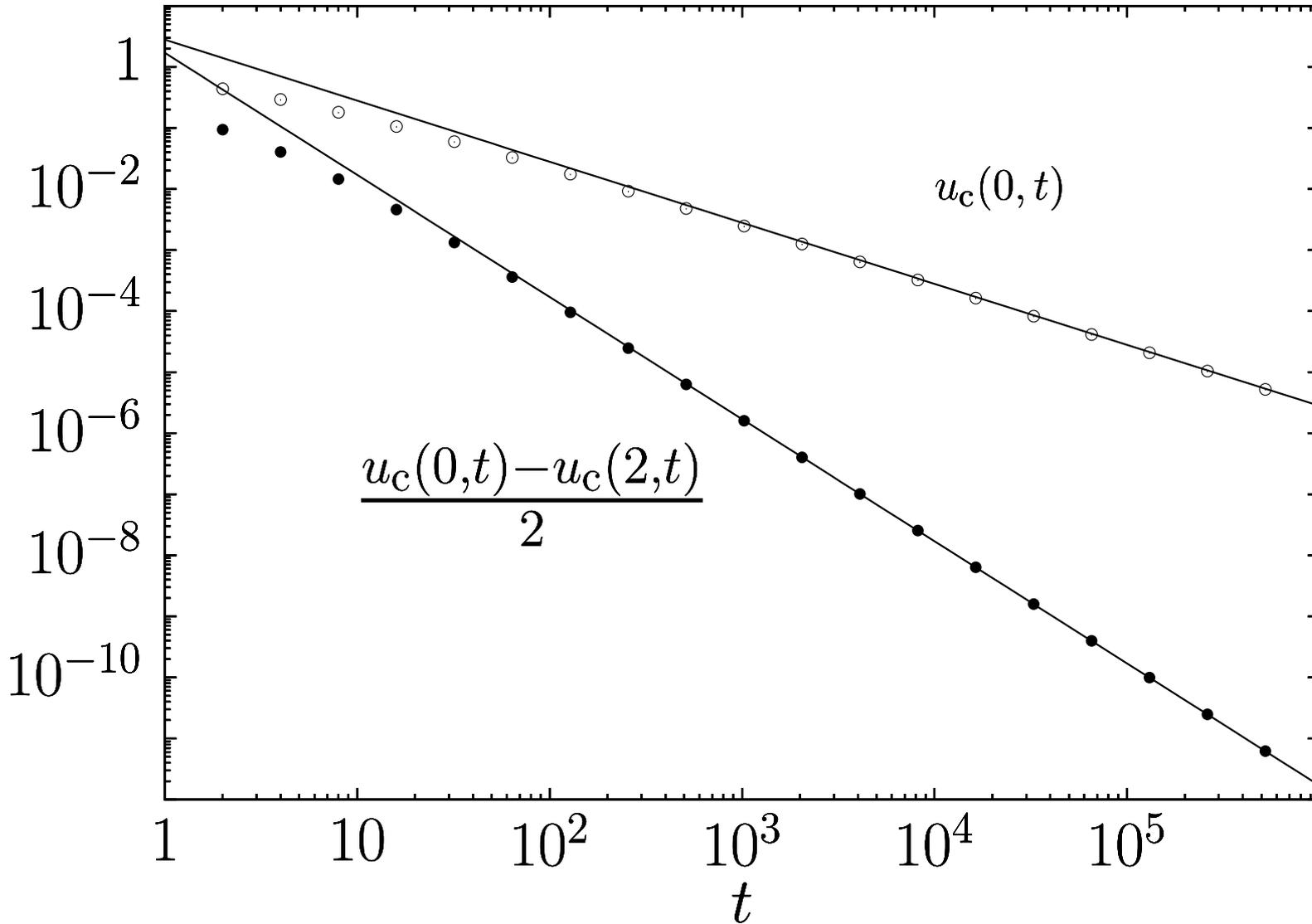
No caso crítico $p_c = 1/2$, a informação não se propaga nem se extingue. Se difunde.

Difusão para $p_c = 1/2$



$u_c(x, t)$ para $t = 16384$. A medida em que o tempo passa, a altura central diminui e a largura aumenta.

Leis de potência em $p_c = 1/2$



Leis de escala em $p_c = 1/2$



Leis de escala em $p_c = 1/2$

$$u_c(0, t) \sim t^{-1/\nu}$$

$$\Delta_c(t) \sim t^{1/\theta}$$

Leis de escala em $p_c = 1/2$

$$u_c(0, t) \sim t^{-1/\nu}$$

$$\Delta_c(t) \sim t^{1/\theta}$$

Função homogênea generalizada

$$u_c(\lambda^{1/\theta} x, \lambda t) = \lambda^{-1/\nu} u_c(x, t)$$

Leis de escala em $p_c = 1/2$

$$u_c(0, t) \sim t^{-1/\nu}$$

$$\Delta_c(t) \sim t^{1/\theta}$$

Função homogênea generalizada

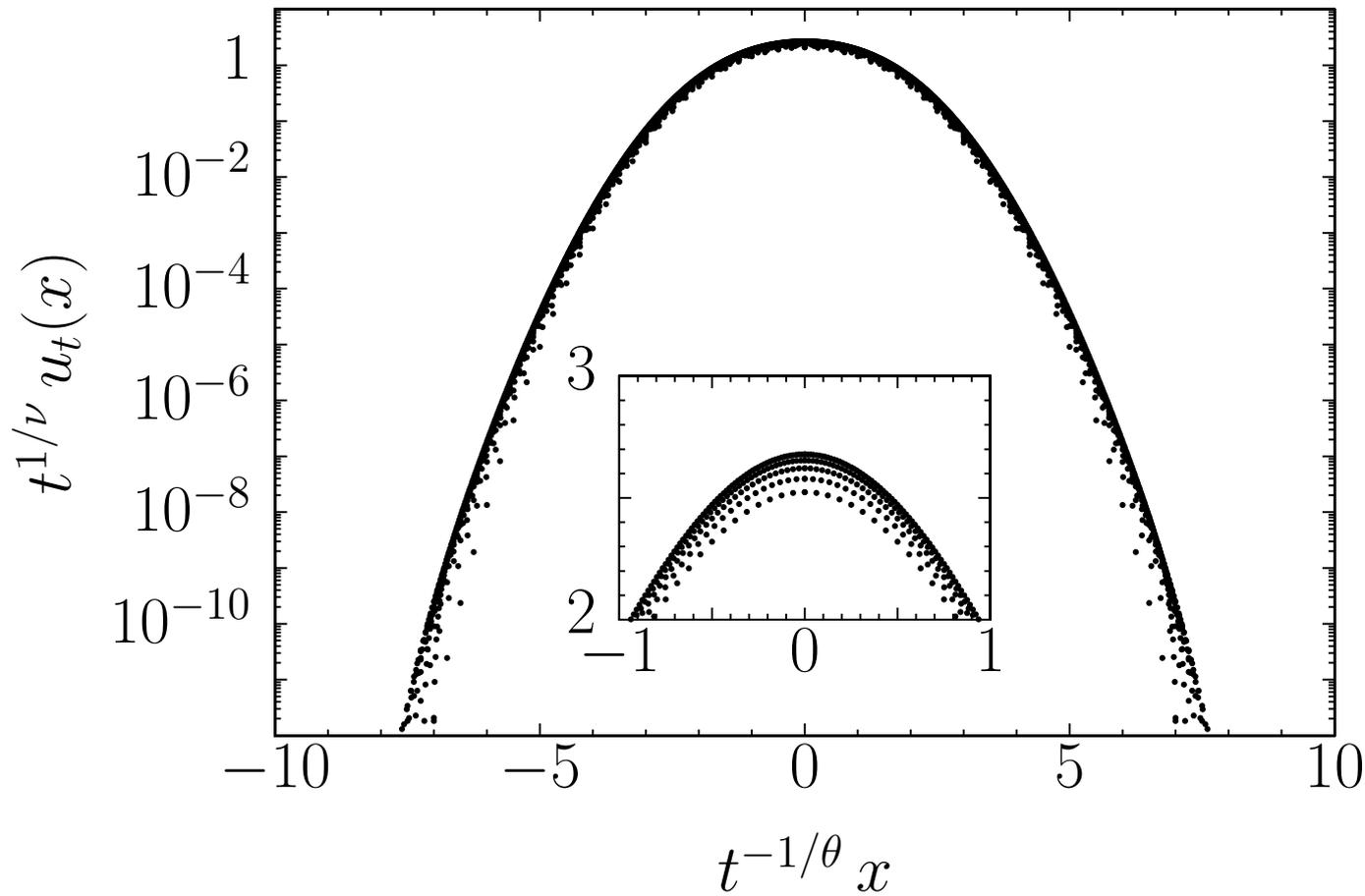
$$u_c(\lambda^{1/\theta} x, \lambda t) = \lambda^{-1/\nu} u_c(x, t)$$

Tomando-se $\lambda = t^{-1}$:

$$t^{1/\nu} u_c(x, t) = f(t^{-1/\theta} x)$$

onde $f(x) = u_c(x, 1)$

Colapso de dados



Gráficos superpostos de $u_c(x, t)$ para $t = 64, 128, 256 \dots 16384$ (9 curvas). No detalhe central, apenas os 5 tamanhos maiores. Guggenheim (1945).

Autômatos celulares e fractais



Autômatos celulares e fractais

$$0 \text{ AND } 0 = 0$$

$$0 \text{ AND } 1 = 0$$

$$1 \text{ AND } 0 = 0$$

$$1 \text{ AND } 1 = 1$$

$$0 \text{ XOR } 0 = 0$$

$$0 \text{ XOR } 1 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 0 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 1 = 0$$

$$0 \text{ OR } 0 = 0$$

$$0 \text{ OR } 1 = 1$$

$$1 \text{ OR } 0 = 1$$

$$1 \text{ OR } 1 = 1$$

$$\text{NOT } 0 = 1$$

$$\text{NOT } 1 = 0$$

Autômatos celulares e fractais

$$0 \text{ AND } 0 = 0$$

$$0 \text{ OR } 0 = 0$$

$$0 \text{ AND } 1 = 0$$

$$0 \text{ OR } 1 = 1$$

$$1 \text{ AND } 0 = 0$$

$$1 \text{ OR } 0 = 1$$

$$1 \text{ AND } 1 = 1$$

$$1 \text{ OR } 1 = 1$$

$$0 \text{ XOR } 0 = 0$$

$$0 \text{ XOR } 1 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 0 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 1 = 0$$

$$\text{NOT } 0 = 1$$

$$\text{NOT } 1 = 0$$

Regra 90: $u_{x,t+1} = u_{x-1,t} \text{ XOR } u_{x+1,t}$

Rotina para a regra 90

$$D = U[N - 1] \gg 31$$

$$E = U[0] \ll 31$$

REPITA($i = 0, 1, 2 \dots N - 2$) {

$$UE = (U[i] \gg 1) \text{ OR } (U[i + 1] \ll 31)$$

$$UD = (U[i] \ll 1) \text{ OR } D$$

$$D = U[i] \gg 31$$

$$U[i] = UE \text{ XOR } UD$$

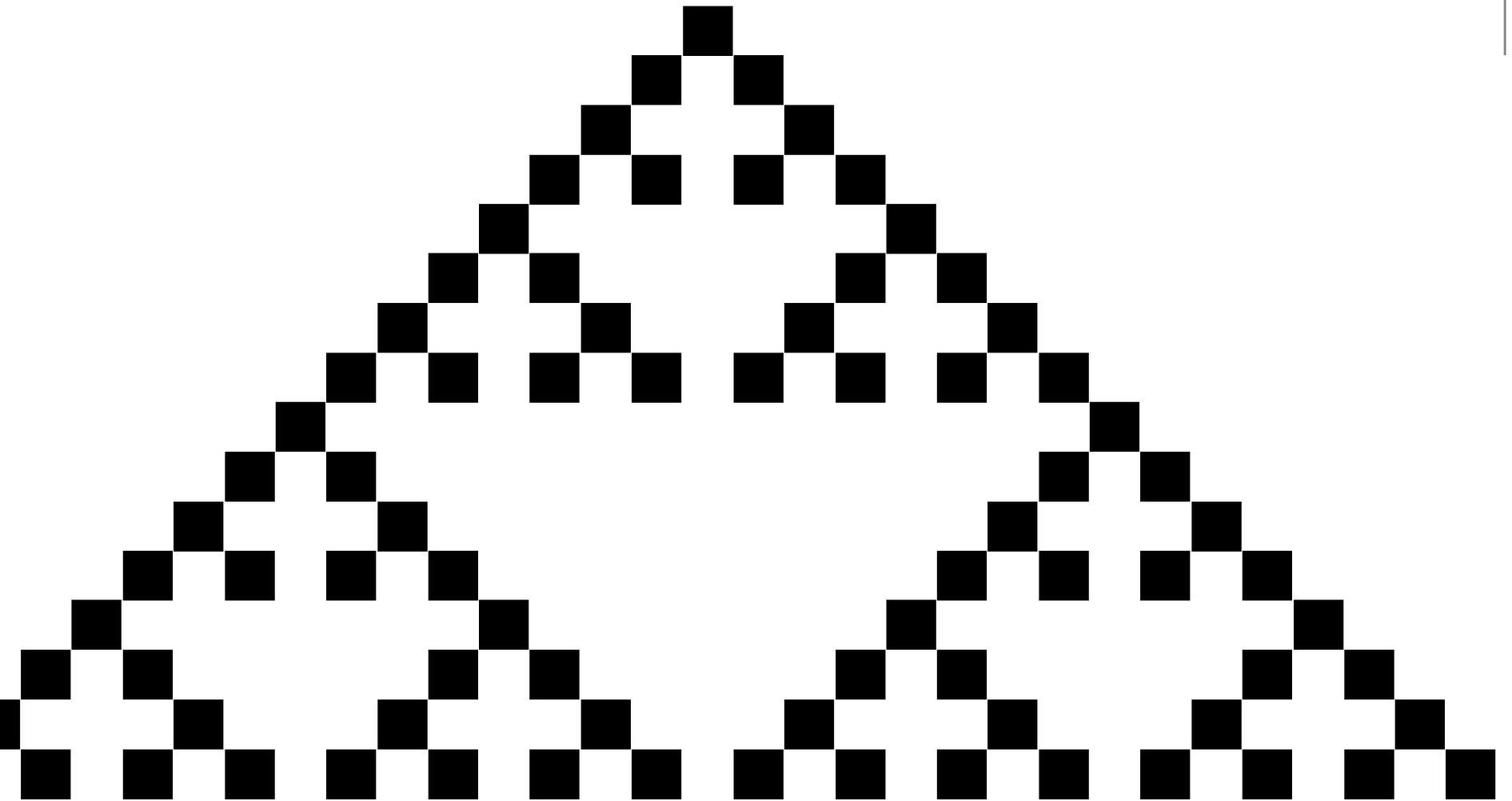
}

$$UE = (U[N - 1] \gg 1) \text{ OR } E$$

$$UD = (U[N - 1] \ll 1) \text{ OR } D$$

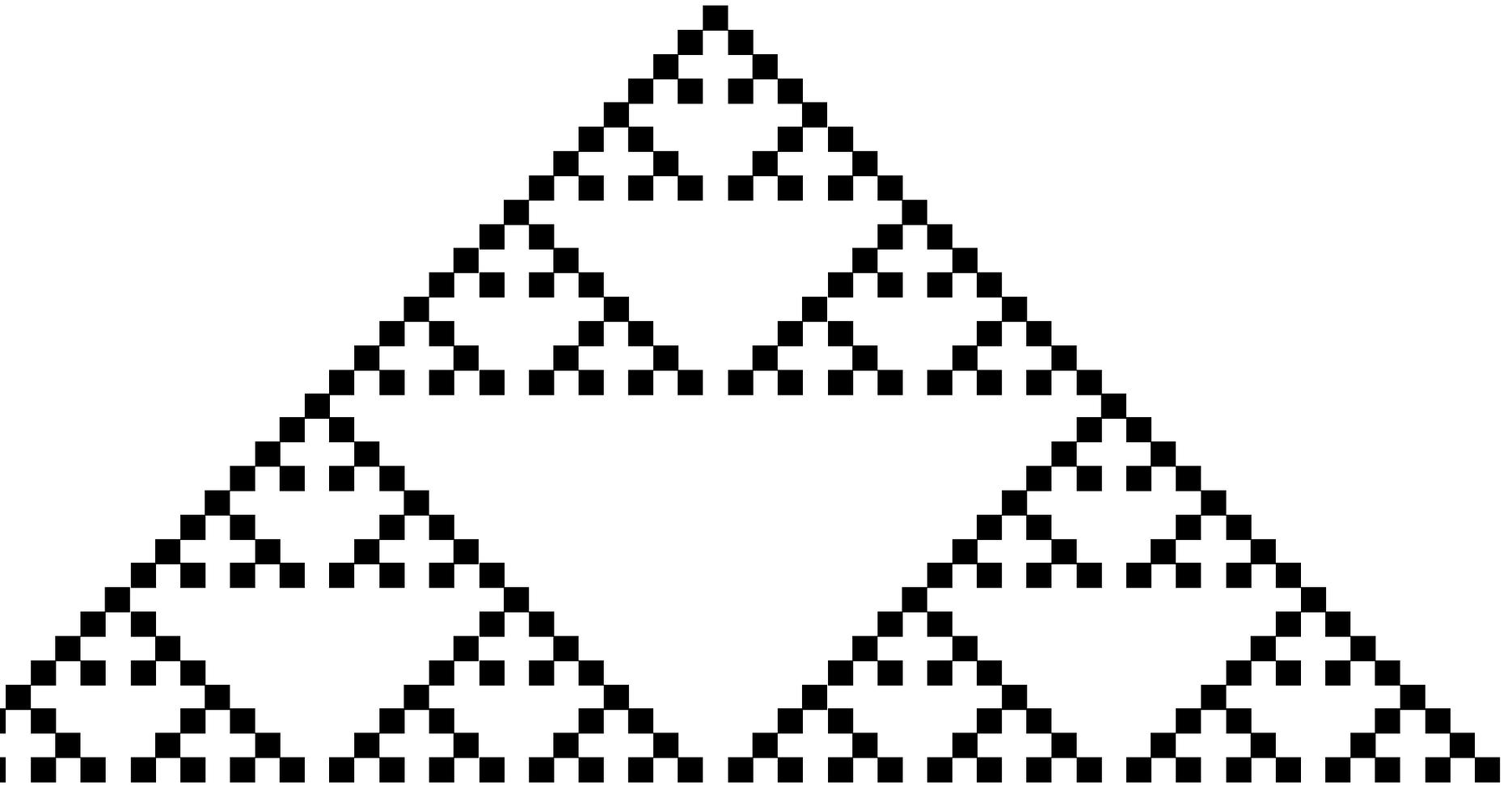
$$U[N - 1] = UE \text{ XOR } UD$$

Evolução da regra 90



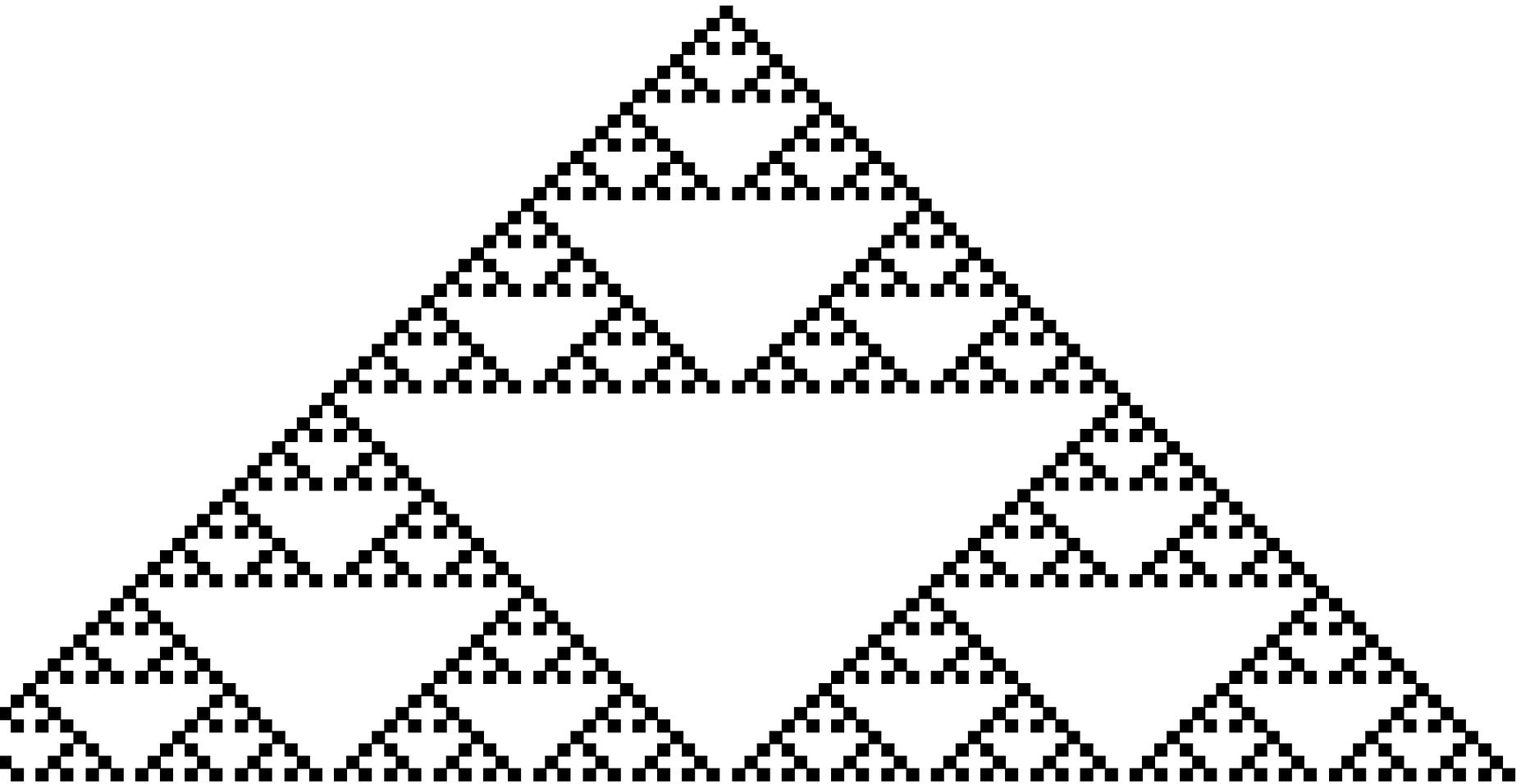
Até $t = 15$ ($L = 16$ linhas)

Evolução da regra 90



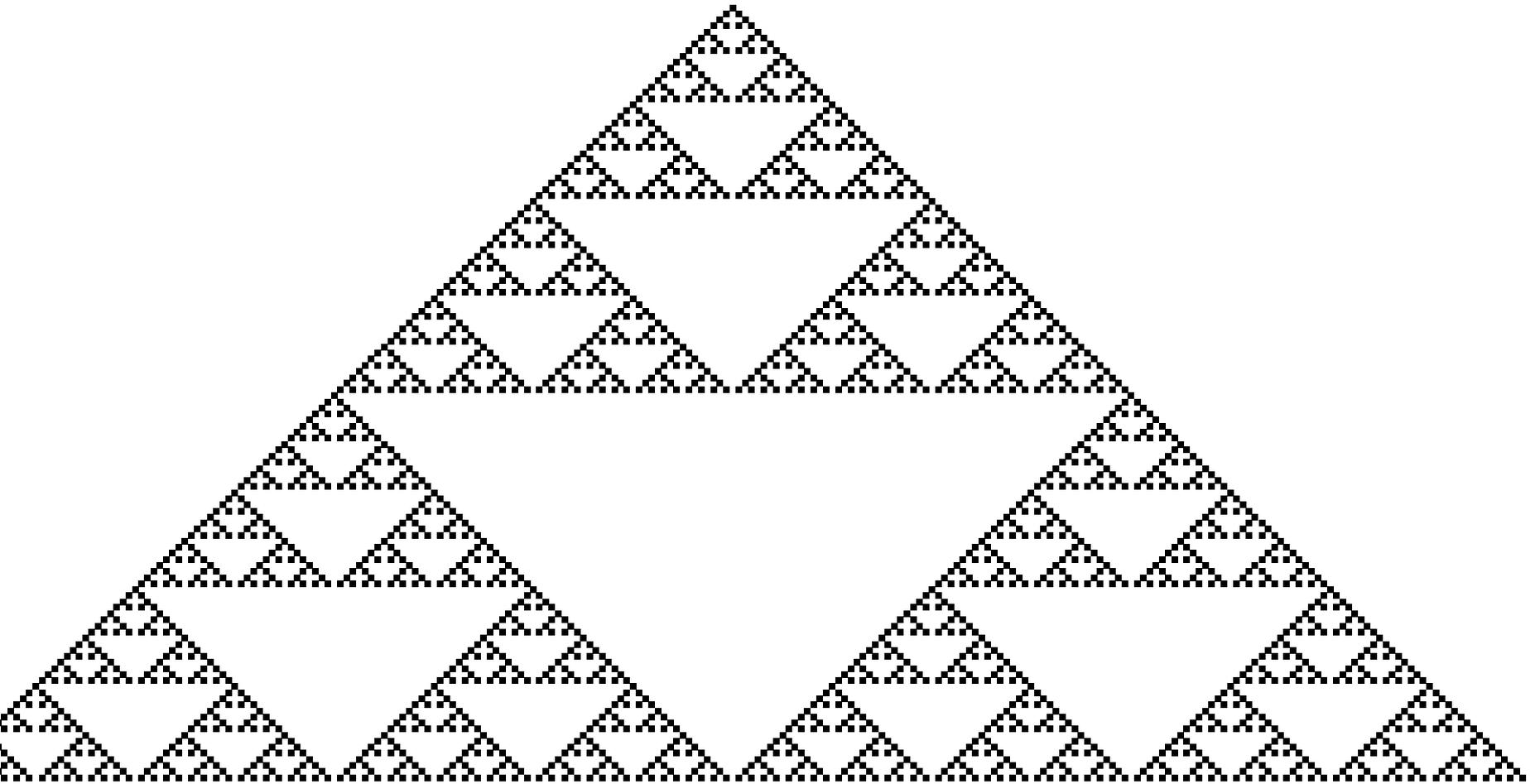
Até $t = 31$ ($L = 32$ linhas)

Evolução da regra 90



Até $t = 63$ ($L = 64$ linhas)

Evolução da regra 90



Até $t = 127$ ($L = 128$ linhas)

Dimensão fractal



Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Função homogênea

$$m(\lambda L) = \lambda^{D_f} m(L)$$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Função homogênea

$$m(\lambda L) = \lambda^{D_f} m(L)$$

Tomando-se $\lambda = L^{-1}$:

$$m \sim L^{D_f}$$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Função homogênea

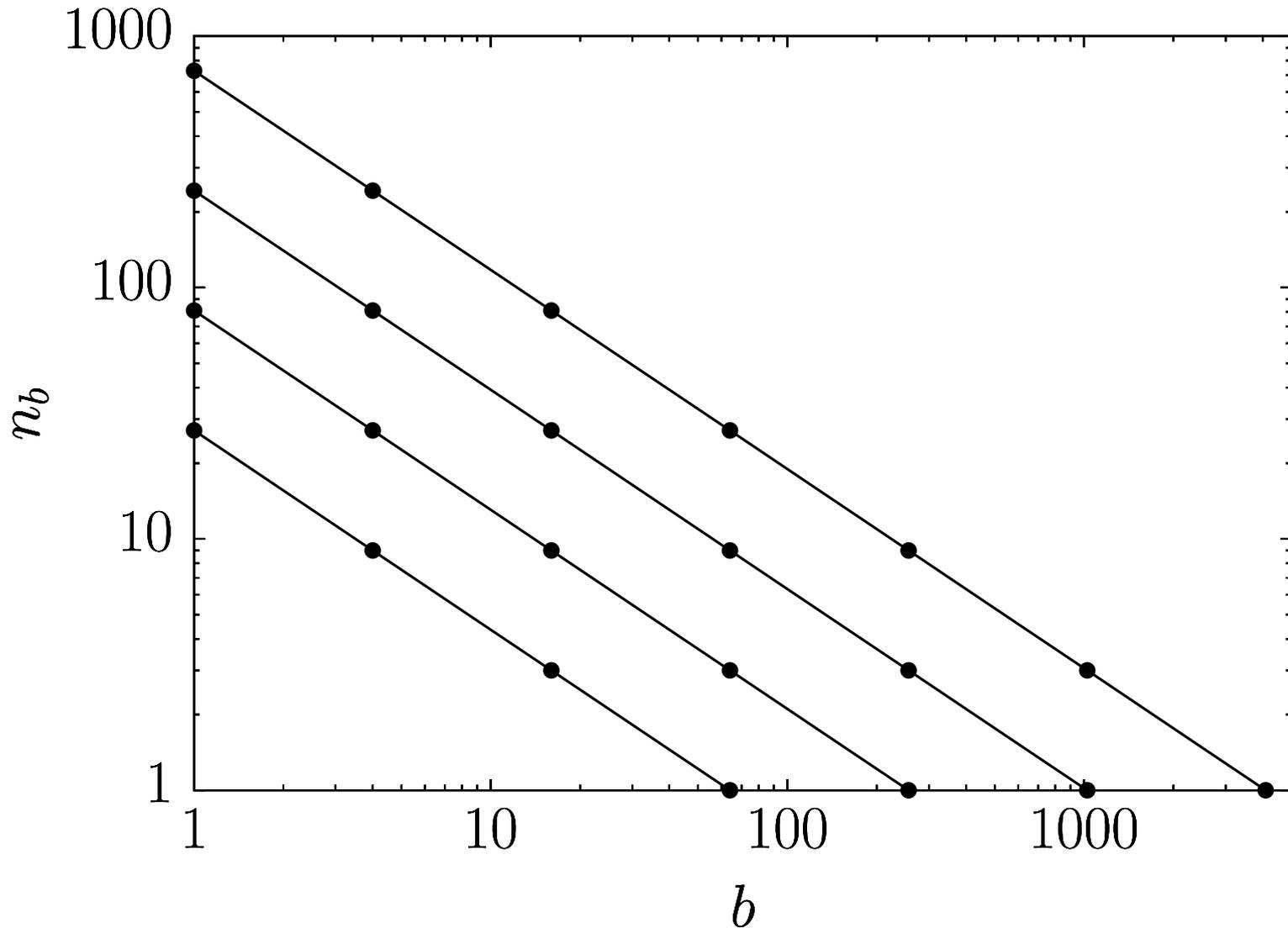
$$m(\lambda L) = \lambda^{D_f} m(L)$$

Tomando-se $\lambda = L^{-1}$:

$$m \sim L^{D_f}$$

No caso, $D_f = \frac{\log 3}{\log 2} = 1,58.$

Contagem dos buracos



Física Computacional Básica

ou

Física Básica Computacional

Panorama da Física 2012

Paulo Murilo Castro de Oliveira (pmco@if.uff.br)

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

- Campo gravitacional $\vec{g}(\vec{r}, t)$ (independente da posição e do tempo no caso particular das proximidades da superfície terrestre). No caso geral, equações de Newton ou Einstein.

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

- Campo gravitacional $\vec{g}(\vec{r}, t)$ (independente da posição e do tempo no caso particular das proximidades da superfície terrestre). No caso geral, equações de Newton ou Einstein.
- Campo eletromagnético $\vec{E}(\vec{r}, t)$ (elétrico) e $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (magnético). Equações de Maxwell.

Campos

Lei de Newton (ontem) $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{m}F(x)$

Exemplos de campos variáveis no tempo e no espaço.

- Campo gravitacional $\vec{g}(\vec{r}, t)$ (independente da posição e do tempo no caso particular das proximidades da superfície terrestre). No caso geral, equações de Newton ou Einstein.
- Campo eletromagnético $\vec{E}(\vec{r}, t)$ (elétrico) e $\vec{B}(\vec{r}, t)$ (magnético). Equações de Maxwell.
- Campo de distribuição de temperatura $\vec{u}(\vec{r}, t)$ (densidade de energia térmica em torno do ponto \vec{r} no instante t). Equação de difusão.

Difusão em uma barra

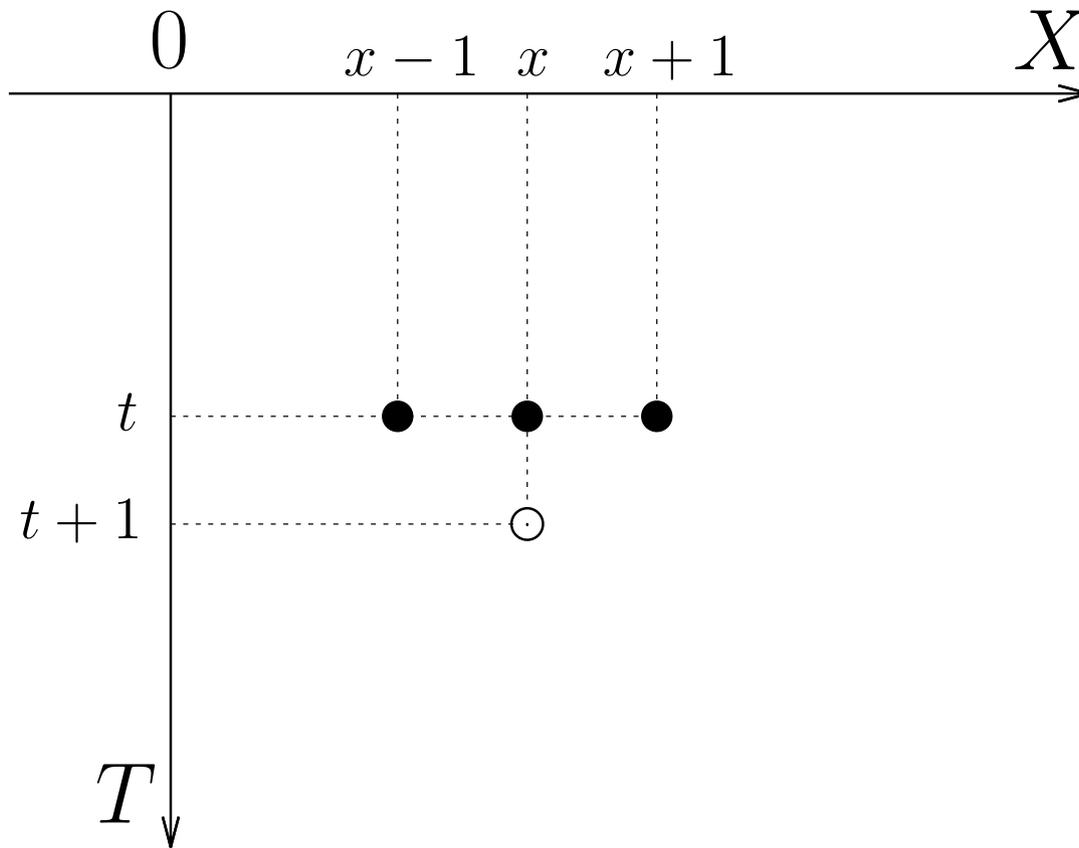
$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Difusão em uma barra

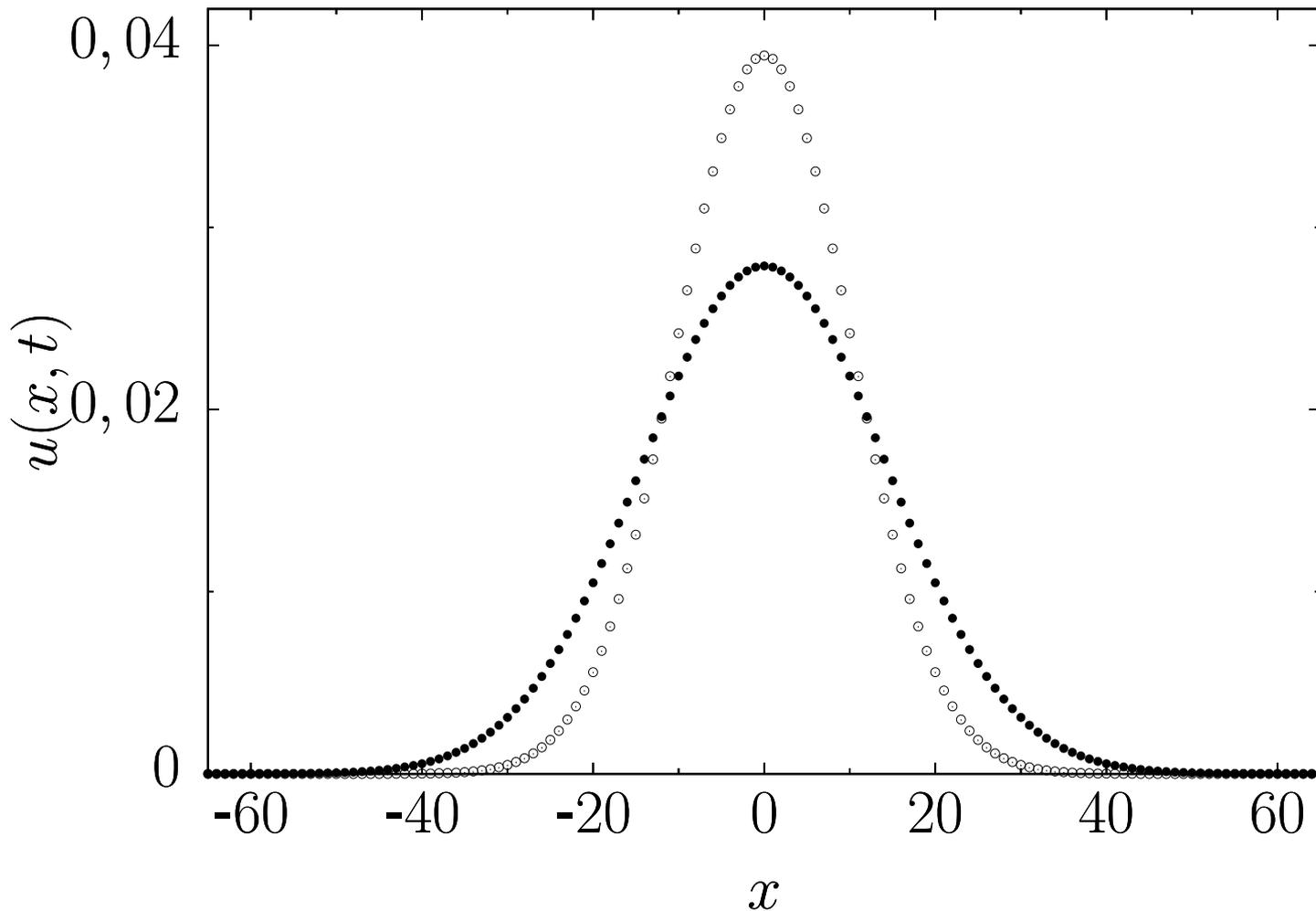
$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \frac{u_{x,t+1} - u_{x,t}}{\Delta t} \approx D \frac{u_{x+1,t} - 2u_{x,t} + u_{x-1,t}}{\Delta x^2}$$

Difusão em uma barra

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \frac{u_{x,t+1} - u_{x,t}}{\Delta t} \approx D \frac{u_{x+1,t} - 2u_{x,t} + u_{x-1,t}}{\Delta x^2}$$

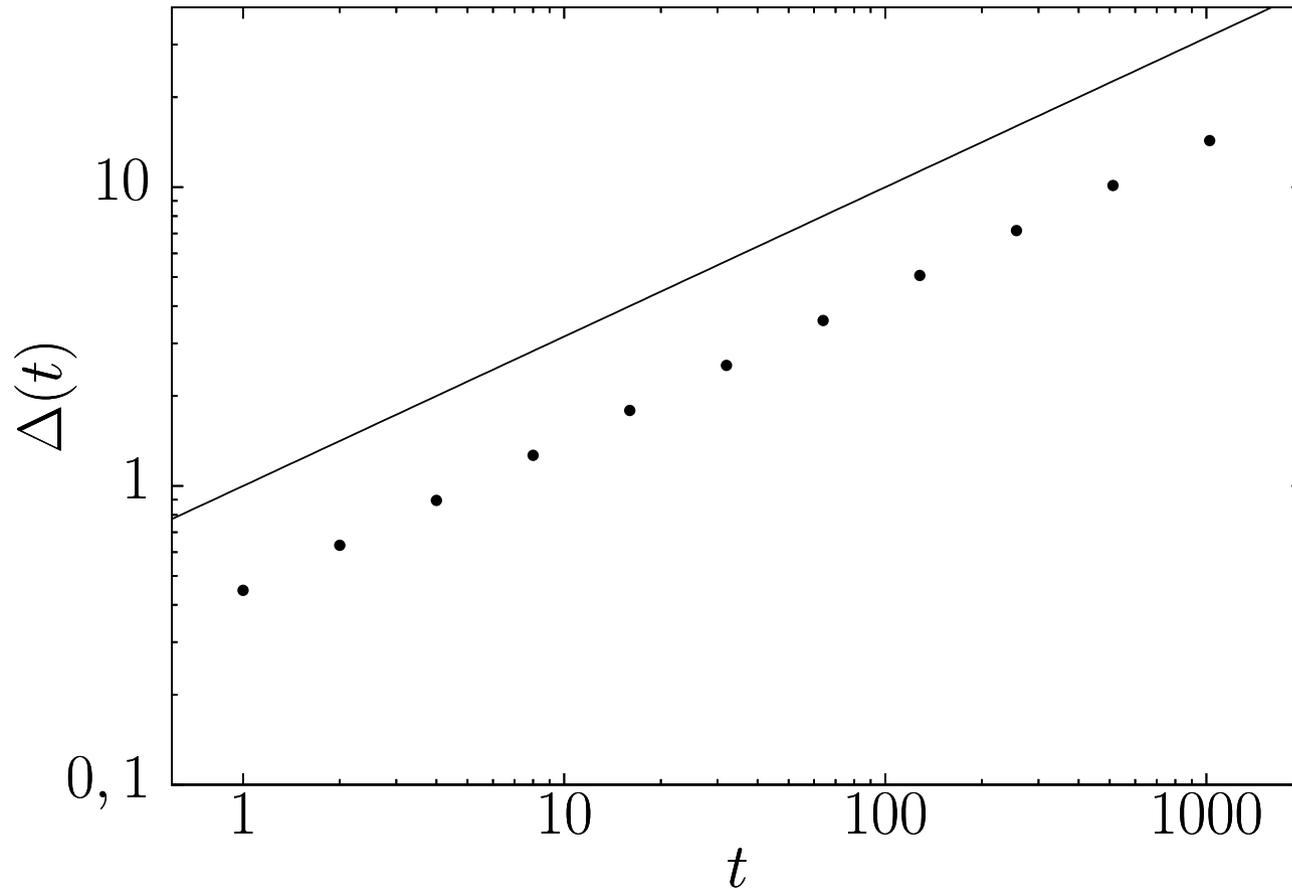


Difusão em uma barra



Distribuição de temperaturas $u_t(x)$ para $t = 512$ e $t = 1024$

Evolução da largura



Largura $\Delta(t) = \sqrt{\sum_{x=-\infty}^{\infty} x^2 u(x, t)} \sim t^{1/2}$

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .
- Ele pode ter recebido a informação de seu vizinho $x - 1$ ou de seu outro vizinho $x + 1$, que por sua vez eram portadores da informação no instante anterior com probabilidades $u(x - 1, t - 1)$ e $u(x + 1, t - 1)$.

Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .
- Ele pode ter recebido a informação de seu vizinho $x - 1$ ou de seu outro vizinho $x + 1$, que por sua vez eram portadores da informação no instante anterior com probabilidades $u(x - 1, t - 1)$ e $u(x + 1, t - 1)$.
- p é a probabilidade de transmissão da informação entre vizinhos.

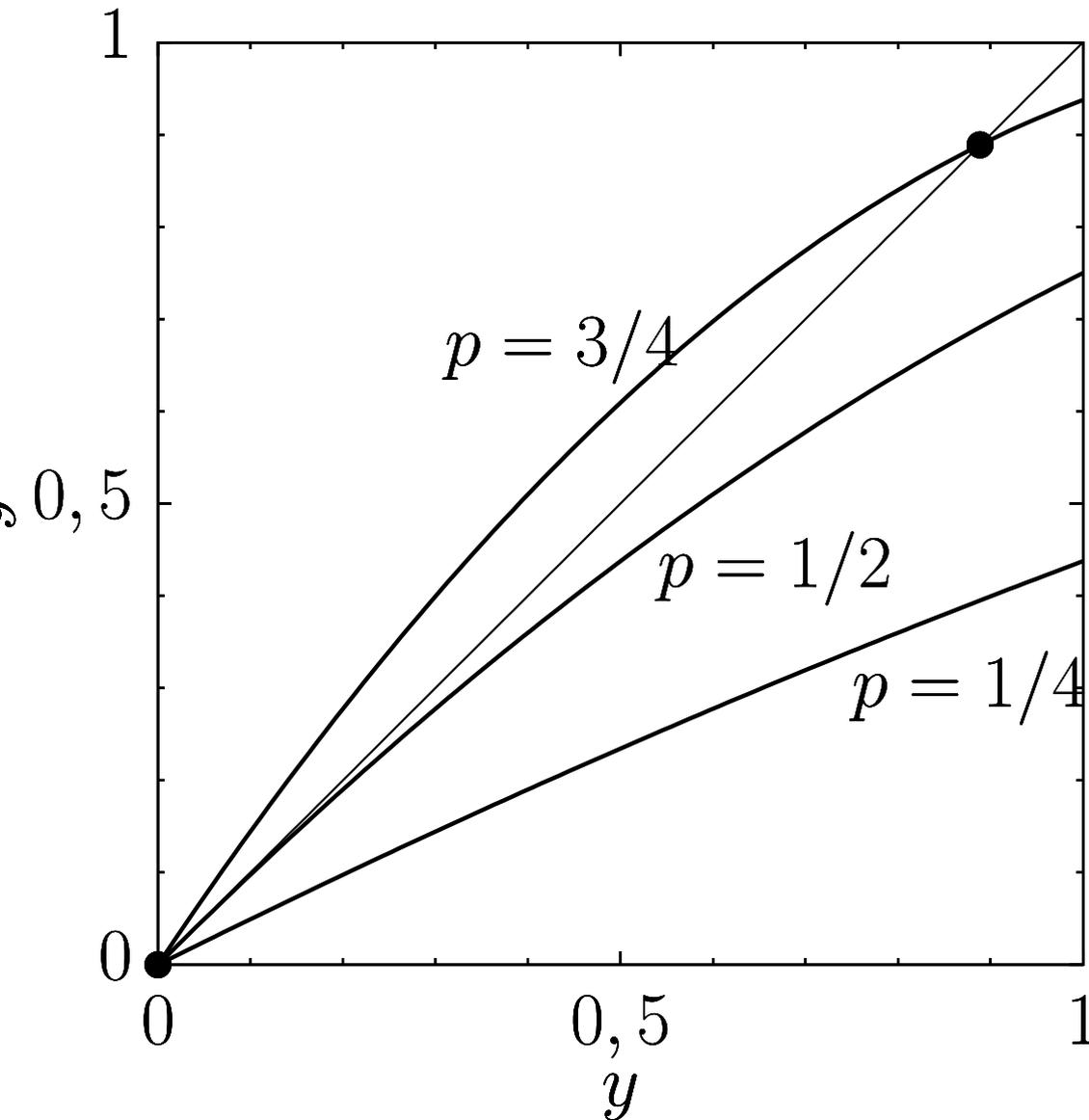
Difusão de informação

Modelo — P.M.C. de Oliveira, *J. Phys.* **A20**, L521 (1987).

- $u(x, t)$ é a probabilidade do indivíduo na posição x ser portador da informação no instante t .
- Ele pode ter recebido a informação de seu vizinho $x - 1$ ou de seu outro vizinho $x + 1$, que por sua vez eram portadores da informação no instante anterior com probabilidades $u(x - 1, t - 1)$ e $u(x + 1, t - 1)$.
- p é a probabilidade de transmissão da informação entre vizinhos.

$$1 - u(x, t) = [1 - p u(x - 1, t - 1)] [1 - p u(x + 1, t - 1)]$$

Comportamento no centro ($x=0$)



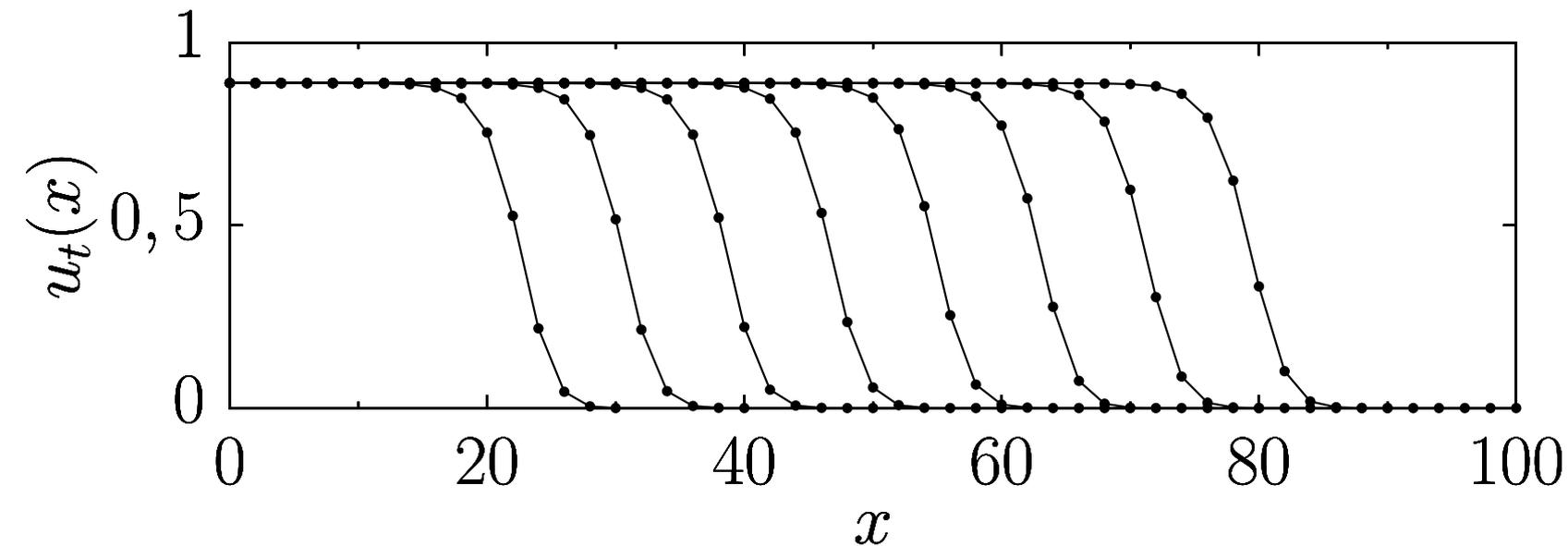
$$y' = u(0, t + 1)$$

$$y = u(0, t)$$

Propagação, extinção e difusão

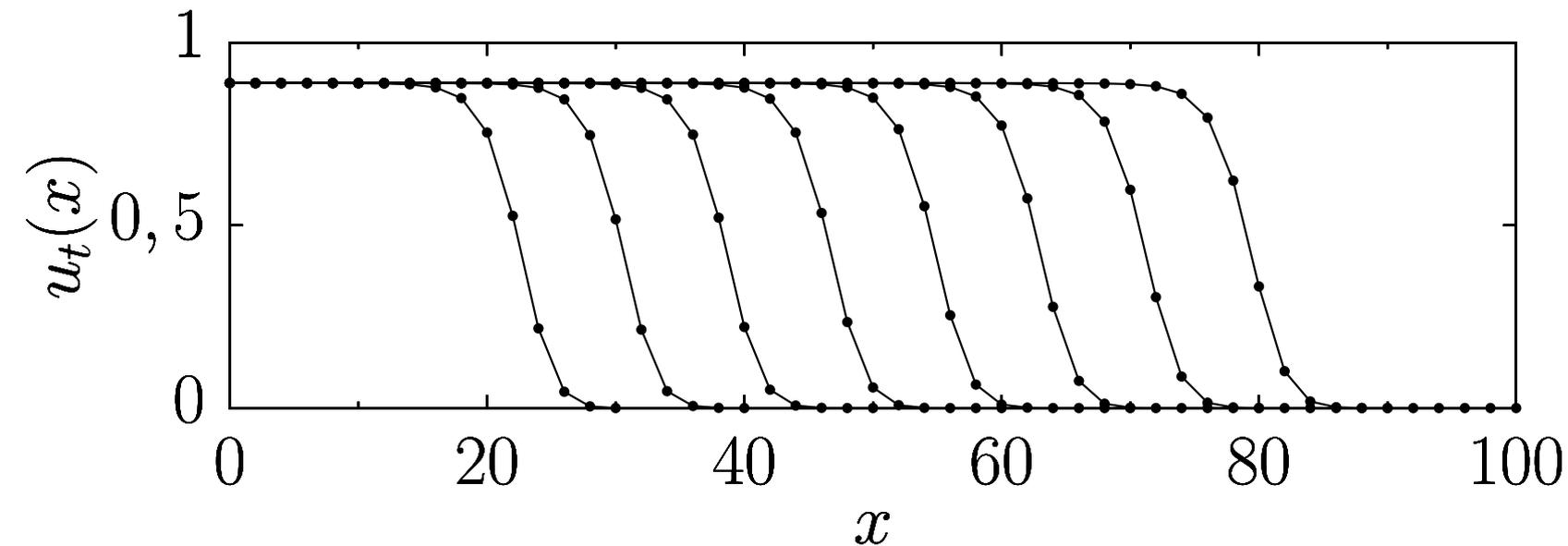


Propagação, extinção e difusão



Metade direita da frente de propagação da informação nos instantes $t = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100 , para $p = 3/4$.

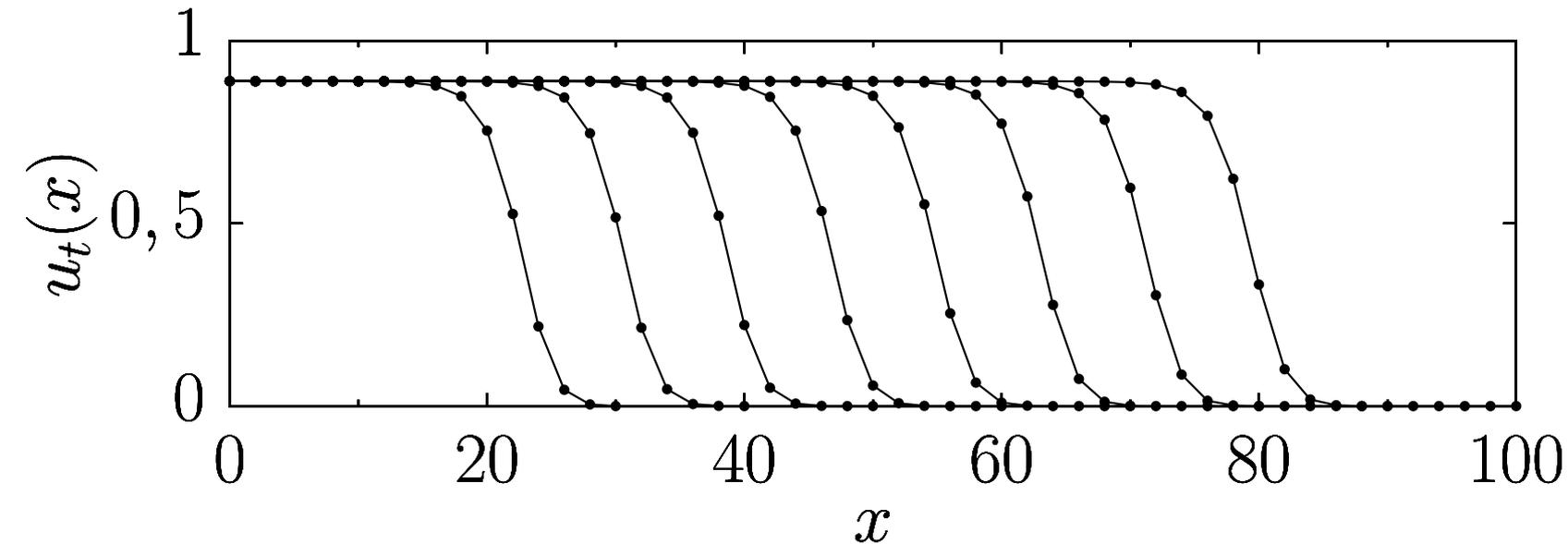
Propagação, extinção e difusão



Metade direita da frente de propagação da informação nos instantes $t = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100 , para $p = 3/4$.

Para $p < 1/2$ a informação se extingue rapidamente.

Propagação, extinção e difusão

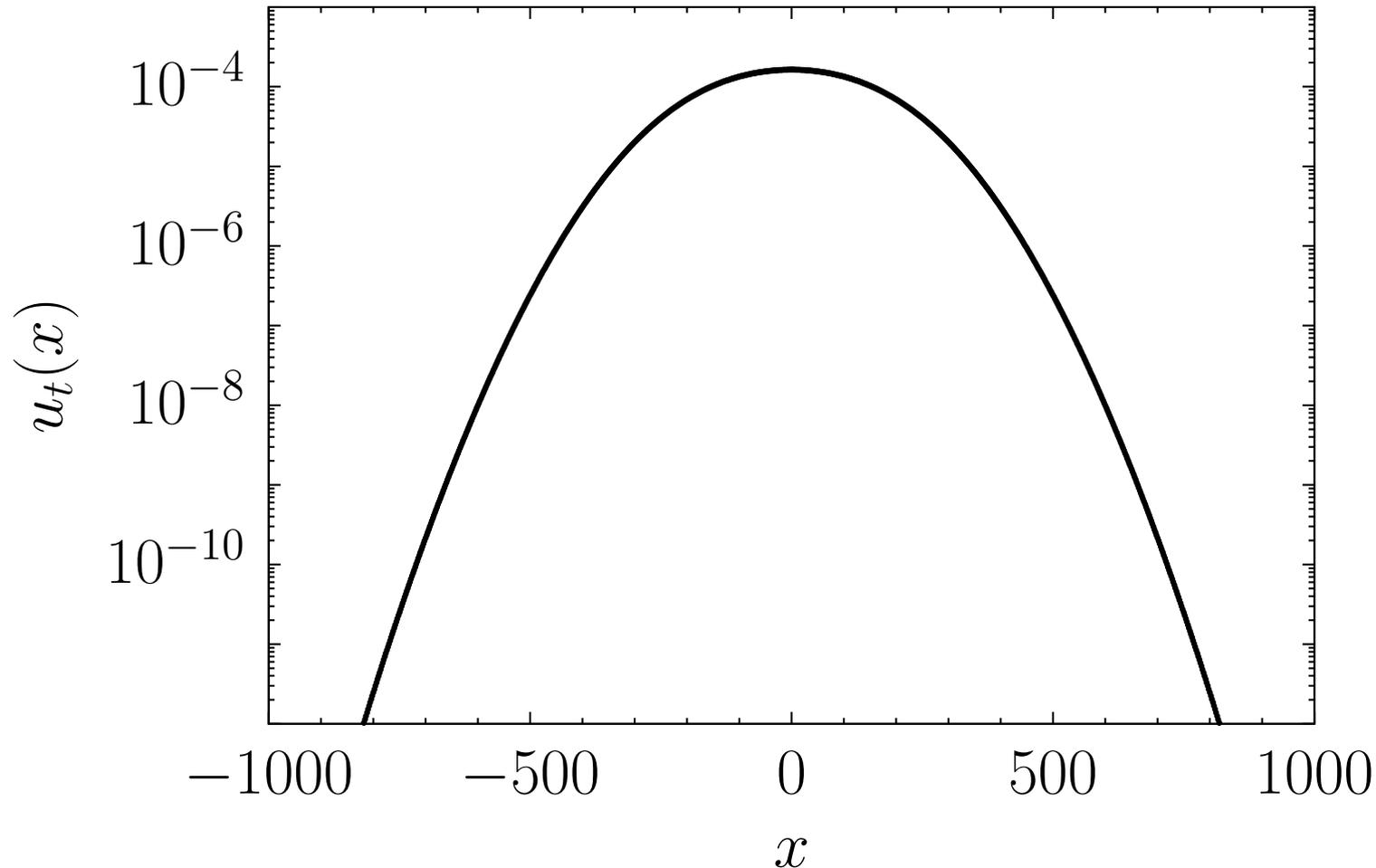


Metade direita da frente de propagação da informação nos instantes $t = 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ e 100 , para $p = 3/4$.

Para $p < 1/2$ a informação se extingue rapidamente.

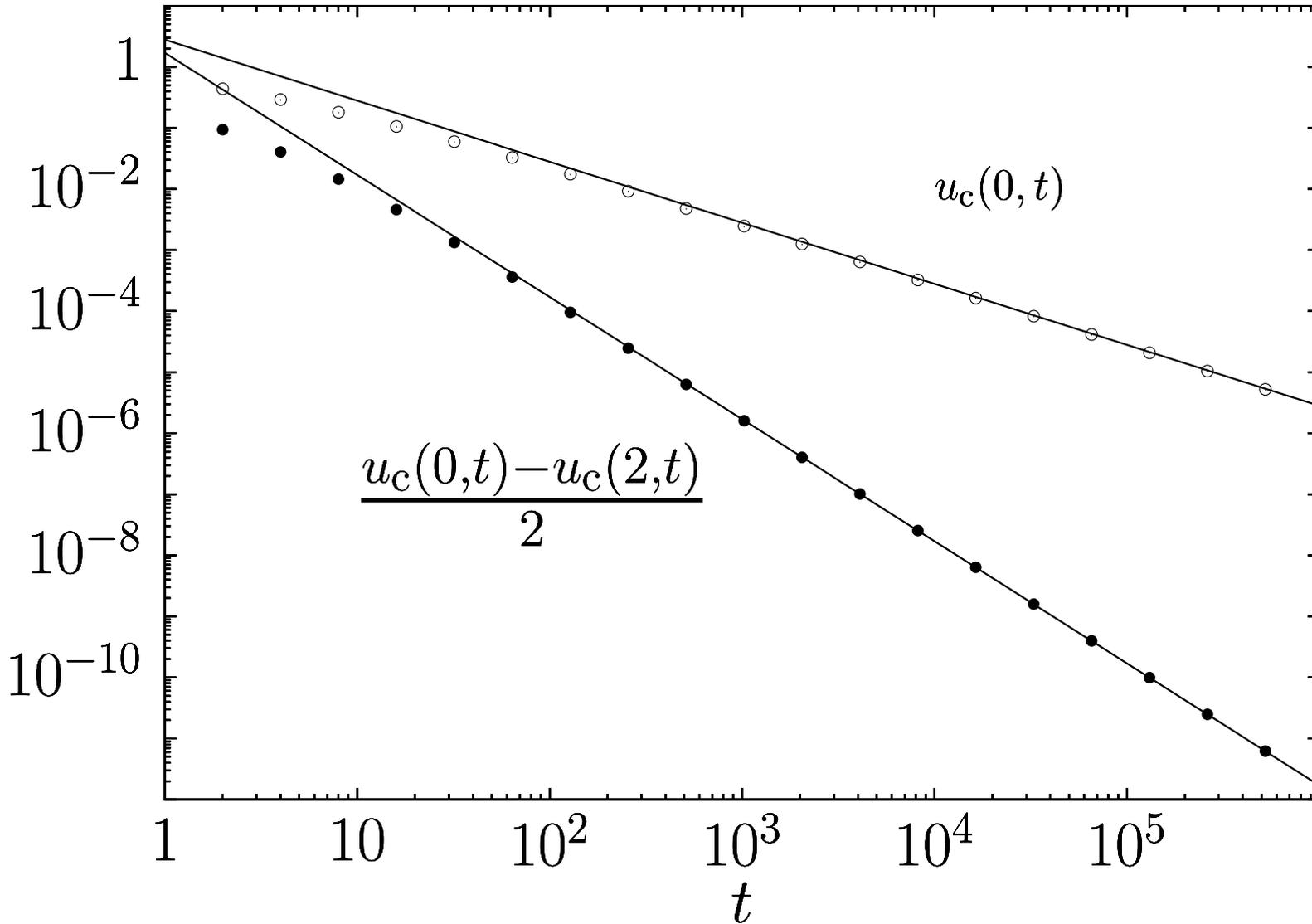
No caso crítico $p_c = 1/2$, a informação não se propaga nem se extingue. Se difunde.

Difusão para $p_c = 1/2$



$u_c(x, t)$ para $t = 16384$. A medida em que o tempo passa, a altura central diminui e a largura aumenta.

Leis de potência em $p_c = 1/2$



Leis de escala em $p_c = 1/2$



Leis de escala em $p_c = 1/2$

$$u_c(0, t) \sim t^{-1/\nu}$$

$$\Delta_c(t) \sim t^{1/\theta}$$

Leis de escala em $p_c = 1/2$

$$u_c(0, t) \sim t^{-1/\nu}$$

$$\Delta_c(t) \sim t^{1/\theta}$$

Função homogênea generalizada

$$u_c(\lambda^{1/\theta} x, \lambda t) = \lambda^{-1/\nu} u_c(x, t)$$

Leis de escala em $p_c = 1/2$

$$u_c(0, t) \sim t^{-1/\nu}$$

$$\Delta_c(t) \sim t^{1/\theta}$$

Função homogênea generalizada

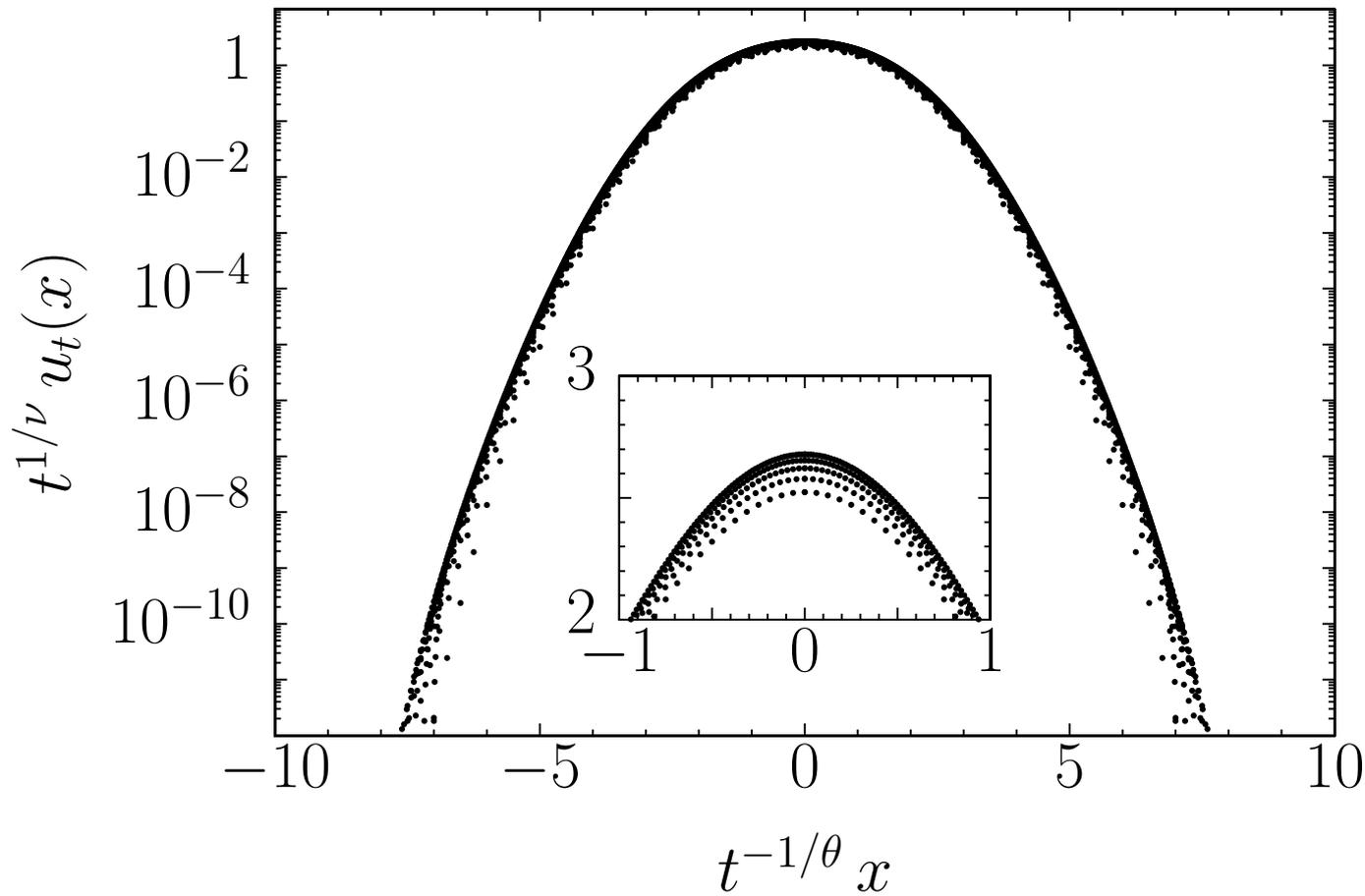
$$u_c(\lambda^{1/\theta} x, \lambda t) = \lambda^{-1/\nu} u_c(x, t)$$

Tomando-se $\lambda = t^{-1}$:

$$t^{1/\nu} u_c(x, t) = f(t^{-1/\theta} x)$$

onde $f(x) = u_c(x, 1)$

Colapso de dados



Gráficos superpostos de $u_c(x, t)$ para $t = 64, 128, 256 \dots 16384$ (9 curvas). No detalhe central, apenas os 5 tamanhos maiores. Guggenheim (1945).

Autômatos celulares e fractais



Autômatos celulares e fractais

$$0 \text{ AND } 0 = 0$$

$$0 \text{ AND } 1 = 0$$

$$1 \text{ AND } 0 = 0$$

$$1 \text{ AND } 1 = 1$$

$$0 \text{ XOR } 0 = 0$$

$$0 \text{ XOR } 1 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 0 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 1 = 0$$

$$0 \text{ OR } 0 = 0$$

$$0 \text{ OR } 1 = 1$$

$$1 \text{ OR } 0 = 1$$

$$1 \text{ OR } 1 = 1$$

$$\text{NOT } 0 = 1$$

$$\text{NOT } 1 = 0$$

Autômatos celulares e fractais

$$0 \text{ AND } 0 = 0$$

$$0 \text{ OR } 0 = 0$$

$$0 \text{ AND } 1 = 0$$

$$0 \text{ OR } 1 = 1$$

$$1 \text{ AND } 0 = 0$$

$$1 \text{ OR } 0 = 1$$

$$1 \text{ AND } 1 = 1$$

$$1 \text{ OR } 1 = 1$$

$$0 \text{ XOR } 0 = 0$$

$$0 \text{ XOR } 1 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 0 = 1$$

$$1 \text{ XOR } 1 = 0$$

$$\text{NOT } 0 = 1$$

$$\text{NOT } 1 = 0$$

Regra 90: $u_{x,t+1} = u_{x-1,t} \text{ XOR } u_{x+1,t}$

Rotina para a regra 90

$$D = U[N - 1] \gg 31$$

$$E = U[0] \ll 31$$

REPITA($i = 0, 1, 2 \dots N - 2$) {

$$UE = (U[i] \gg 1) \text{ OR } (U[i + 1] \ll 31)$$

$$UD = (U[i] \ll 1) \text{ OR } D$$

$$D = U[i] \gg 31$$

$$U[i] = UE \text{ XOR } UD$$

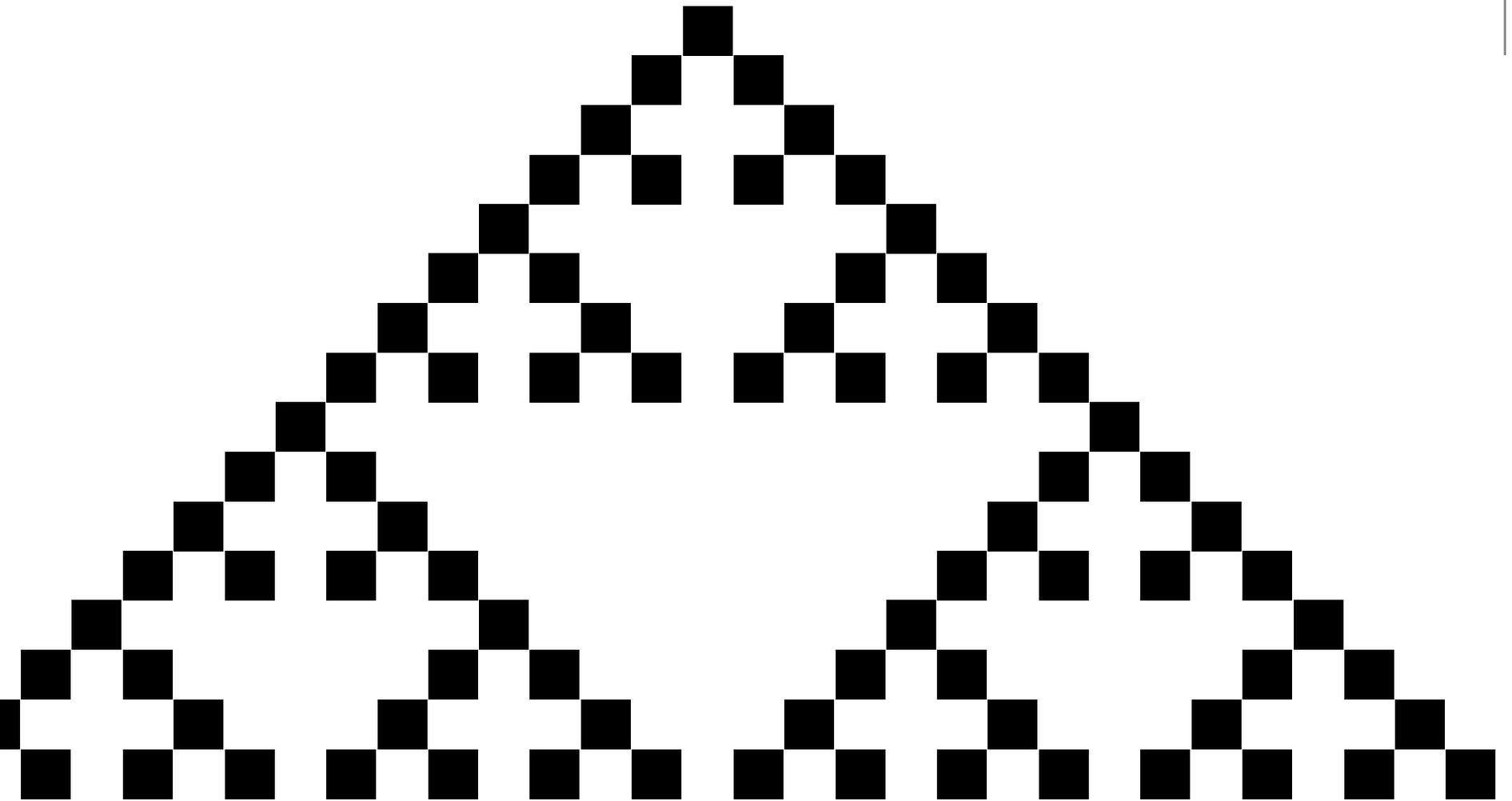
}

$$UE = (U[N - 1] \gg 1) \text{ OR } E$$

$$UD = (U[N - 1] \ll 1) \text{ OR } D$$

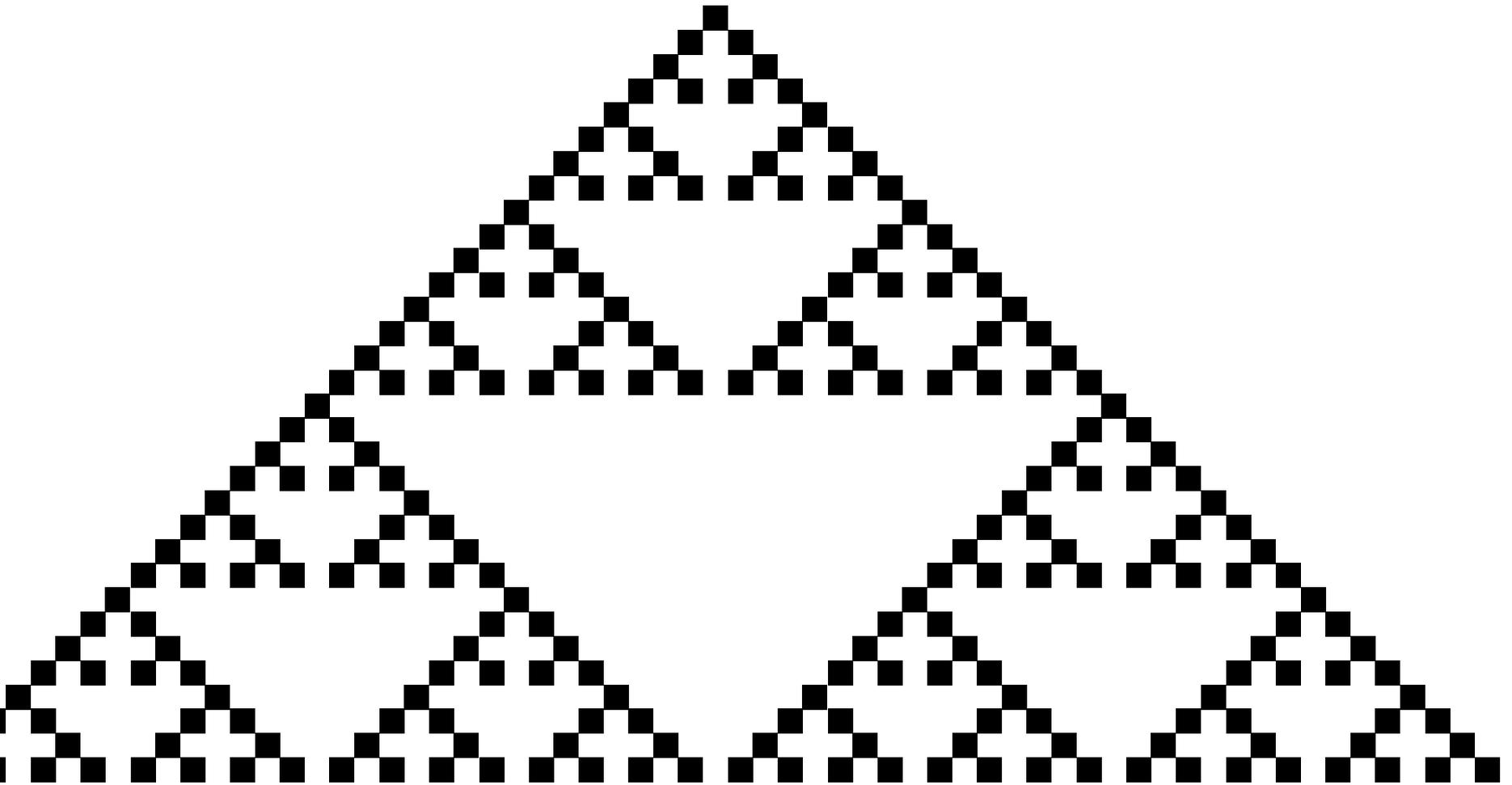
$$U[N - 1] = UE \text{ XOR } UD$$

Evolução da regra 90



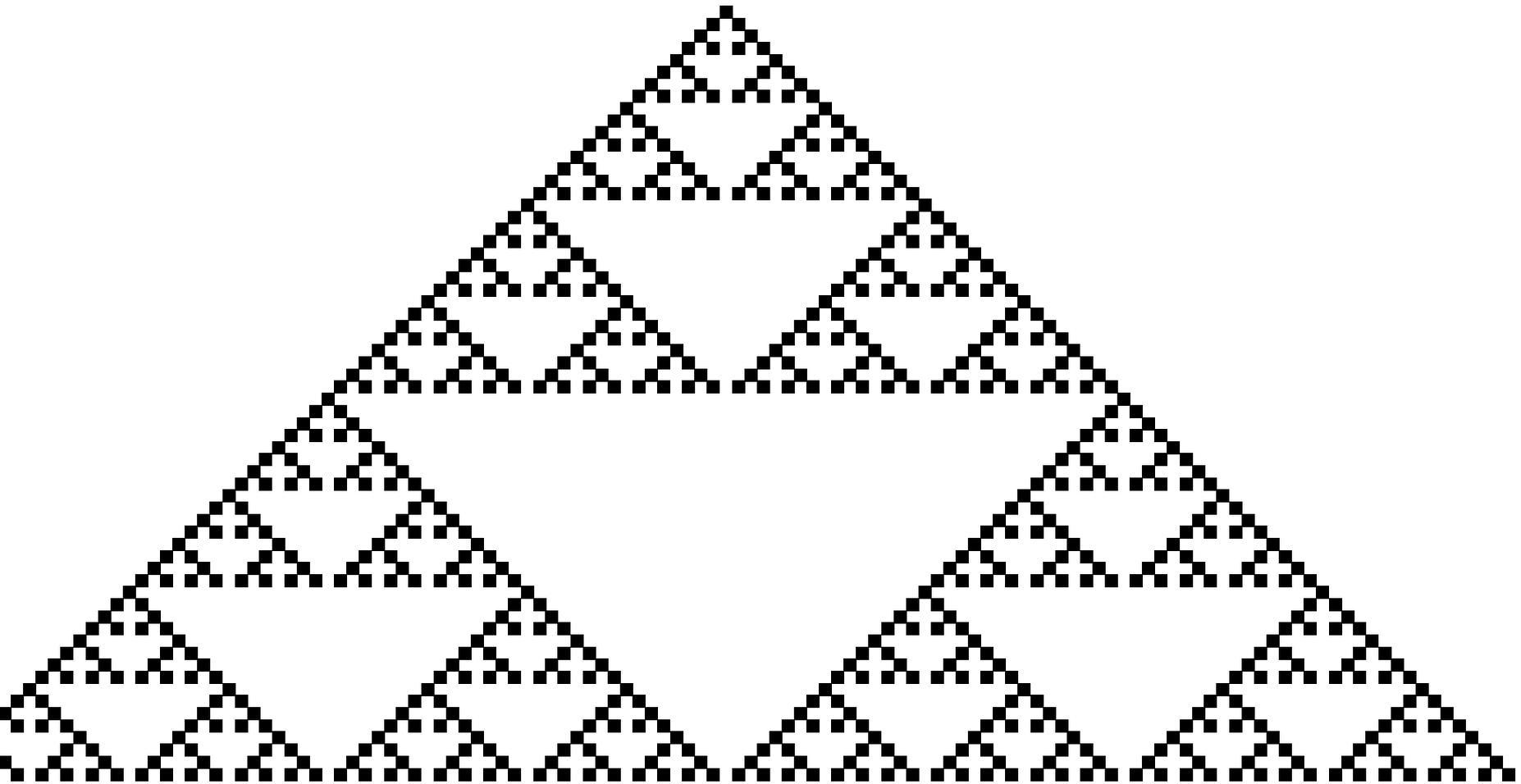
Até $t = 15$ ($L = 16$ linhas)

Evolução da regra 90



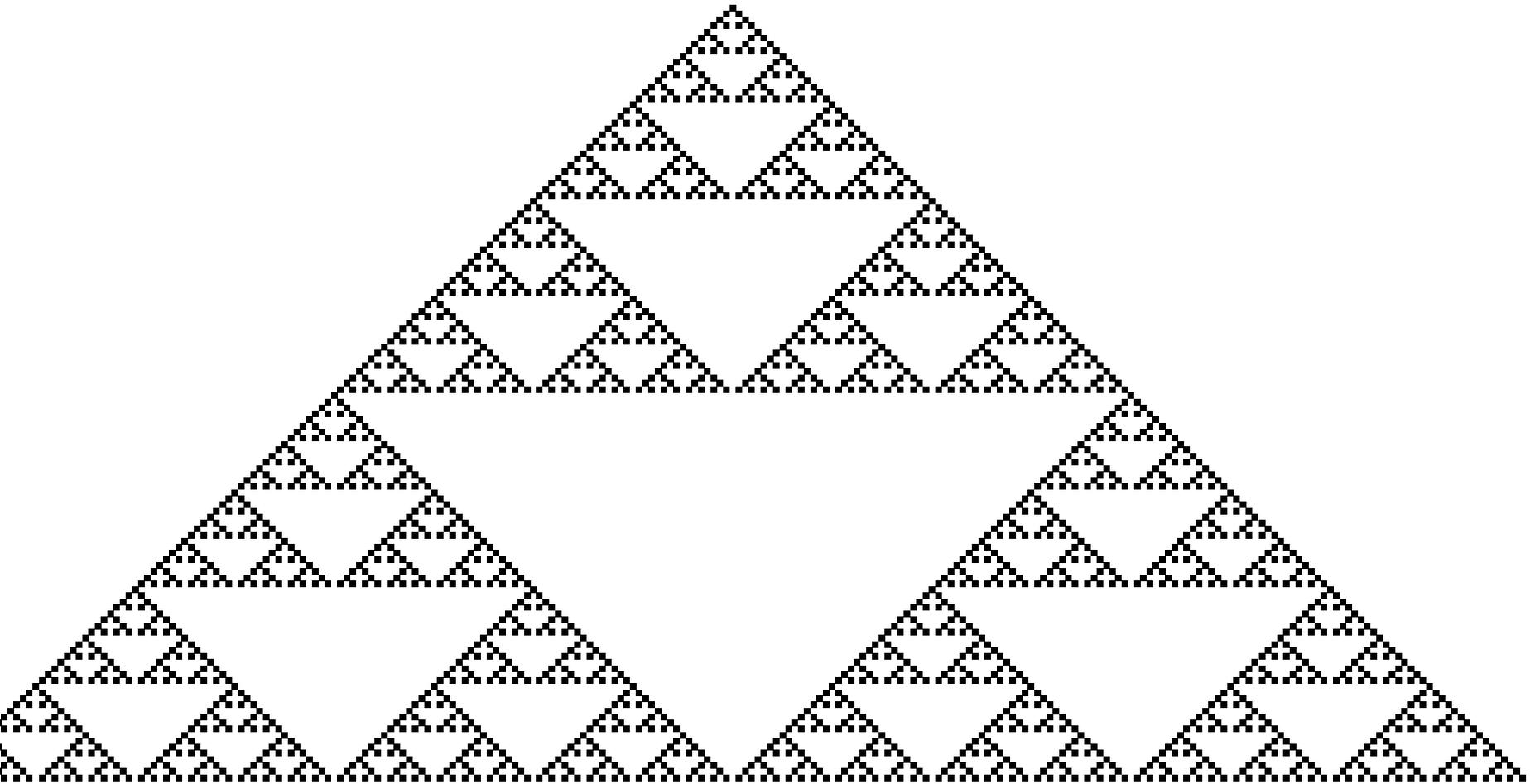
Até $t = 31$ ($L = 32$ linhas)

Evolução da regra 90



Até $t = 63$ ($L = 64$ linhas)

Evolução da regra 90



Até $t = 127$ ($L = 128$ linhas)

Dimensão fractal



Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Função homogênea

$$m(\lambda L) = \lambda^{D_f} m(L)$$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Função homogênea

$$m(\lambda L) = \lambda^{D_f} m(L)$$

Tomando-se $\lambda = L^{-1}$:

$$m \sim L^{D_f}$$

Dimensão fractal

A “massa” $m(L)$ é o número de quadrados pretos do objeto na escala $L = 16, 32, 64, \text{ etc.}$

$$m(2L) = 3 m(L)$$

Função homogênea

$$m(\lambda L) = \lambda^{D_f} m(L)$$

Tomando-se $\lambda = L^{-1}$:

$$m \sim L^{D_f}$$

No caso, $D_f = \frac{\log 3}{\log 2} = 1,58.$

Contagem dos buracos

